باب
9

الجبری عبارتیں اور تماثلات

9.1 عبارتیں کیا ہیں؟

پچھلی جماعتوں میں ہم الجبری عبارتوں (یا صرف عبارتوں) سے واقف ہو چکے ہیں۔ عبارتوں کی کچھ مثالیں یہ ہیں۔

$$x + 3,\ 2y - 5,\ 3x^2,\ 4xy + 7$$

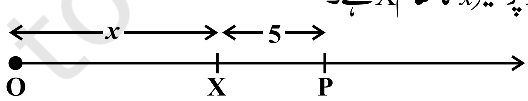
آپ اور بہت سی عبارتیں بنا سکتے ہیں۔ آپ جانتے ہیں کہ ان کی تشکیل متغیر اور مستقلوں سے ہوتی ہے۔ عبارت $2y - 5$ متغیر y اور مستقلہ 2 اور 5 سے مل کر بنی ہے۔ عبارت $4xy + 7$ کو متغیر x اور y اور مستقلہ 4 اور 7 سے تشکیل دیا گیا ہے۔

ہم جانتے ہیں کہ عبارت $2y - 5$ میں y کی قدر کچھ بھی ہو سکتی ہے یہ $2, 5, -3, 0, \frac{5}{2}, -\frac{7}{3}$ وغیرہ ہو سکتی ہے؛ حقیقت میں y کی لامحدود قدریں ہو سکتی ہیں۔ عبارت کے متغیر کی قدر بدلنے پر عبارت کی قدر بدل جاتی ہے۔ اس طرح y کی مختلف قدر ہونے سے $2y - 5$ کی قدر بدل جاتی ہے۔

جب $y = 2$، $2y - 5 = 2(2) - 5 = -1$، اور جب $y = 0$ ، $2y - 5 = 2 \times 0 - 5 = -5$ وغیرہ۔ y کی کچھ اور قدروں کے لیے عبارت $2y - 5$ کی قدر معلوم کیجیے۔

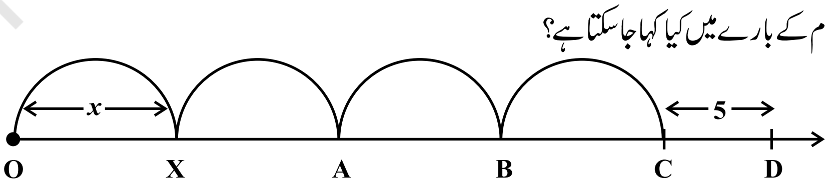
عددی خط اور عبارت :

عبارت $x + 5$ پر غور کیجیے۔ مان لیجیے کہ عددی خط پر متغیر x کا مقام X ہے۔



X عددی خط پر کہیں بھی ہو سکتا ہے، لیکن یہ ضروری ہے کہ $x + 5$ کی قدر X کے دائیں طرف 5 اکائی کے فاصلہ پر نقطہ P سے ظاہر ہوتی ہے۔ اسی طرح $x - 4$ کی قدر X کے بائیں طرف 4 اکائی کے فاصلہ پر ہوگی۔

$4x$ اور $4x + 5$ کے مقام کے بارے میں کیا کہا جا سکتا ہے؟



$4x$ کا مقام نقطہ C پر ہوگا۔ مبداء سے C کا فاصلہ X کے فاصلہ کا چار گنا ہوگا۔ $4x + 5$ کا مقام D ،C کے دائیں طرف 5 اکائی کے فاصلہ پر ہوگا۔

(c) 3 یک رکنی جس میں x اور y متغیر ہوں۔

(d) 2 کثیر رکنی جس میں 4 یا اس سے زیادہ ارکان ہوں۔

9.4 یکساں اور غیر یکساں ارکان

مندرجہ ذیل عبارتوں کو دیکھیے :

$$7x, 14x, -13x, 5x^2, 7y, 7xy, -9y^2, -9x^2, -5yx$$

ان میں یکساں ارکان ہیں:

(i) $7x, 14x, -13x$ یکساں ارکان ہیں۔

(ii) $5x^2$ اور $-9x^2$ یکساں ارکان ہیں۔

(iii) $7xy$ اور $-5yx$ یکساں ارکان ہیں۔

$7x$ اور $7y$ یکساں کیوں نہیں ہیں؟

$7x$ اور $7xy$ یکساں کیوں نہیں ہیں؟

$7x$ اور $5x^2$ یکساں کیوں نہیں ہیں؟

کوشش کیجیے

دو ایسے ارکان لکھیے جو مندرجہ ذیل کے یکساں ہوں

(i) $7xy$ (ii) $4mn^2$ (iii) $2l$

9.5 الجبری عبارتوں کی جمع اور تفریق

پچھلی جماعتوں میں ہم سیکھ چکے ہیں کہ الجبری عبارتوں کی جمع اور تفریق کیسے کی جاتی ہے۔

مثال کے طور پر $7x^2 - 4x + 5$ اور $9x - 10$ کو جوڑنے کے لیے ہم اس طرح کرتے ہیں

$$\begin{array}{r} 7x^2 - 4x + 5 \\ +\quad\quad 9x - 10 \\ \hline 7x^2 + 5x - 5 \end{array}$$

مشاہدہ کیجیے کہ ہم کیسے جمع کرتے ہیں۔ ہم جمع ہونے والی ہر عبارت کو علاحدہ قطار میں رکھتے ہیں۔ ایسا کرنے میں ہم یکساں ارکان کے نیچے یکساں ارکان ہی رکھتے ہیں اور ان کو جمع کر دیتے ہیں جیسا کہ ظاہر کیا گیا ہے۔ اس لیے $5 + (-10) = 5 - 10 = -5$ اسی طرح $-4x + 9x = (-4 + 9)x = 5x$ آیئے کچھ اور مثالیں لیتے ہیں۔

کوشش کیجیے

.1 ایک متغیر اور دو متغیر والی عبارتوں کی پانچ پانچ مثالیں دیجیے۔

.2 $x, x-4, 2x+1, 3x-2$ کو عددی خط پر دکھائیے۔

9.2 ارکان، اجزائے ضربی اور ضریب

عبارت $4x + 5$ کو لیجیے۔ یہ عبارت دو ارکان $4x$ اور 5 سے مل کر بنی ہے۔ **ارکان کو جمع کر کے عبارت بنائی جاتی ہے۔ رکن خود بھی اجزائے ضربی کے حاصل ضرب کی شکل میں بنائے جا سکتے ہیں۔** رکن $4x$ اپنے اجزائے ضربی 4 اور x کا حاصل ضرب ہے۔ رکن 5 صرف ایک جز ضربی 5 سے بنا ہے۔

عبارت $7xy - 5x$ کے دو رکن ہیں $7xy$ اور $-5x$۔ رکن $7xy$ اجزائے ضربی 7، x اور y کا حاصل ضرب ہے۔ کسی رکن کا عددی جز وضربی اس کا **عددی ضریب** کہلاتا ہے۔

جیسے رکن $7xy$ کا عددی ضریب 7 اور $-5x$ کا عددی ضریب -5 ہے۔

کوشش کیجیے

عبارت $x^2y^2 - 10x^2y + 5xy^2 - 20$ کے ہر رکن کے ضریب کی شناخت کیجیے۔

9.3 یک رکنی، دو رکنی اور کثیر رکنی

جس عبارت میں صرف ایک رکن ہوتا ہے اسے **یک رکنی** کہتے ہیں۔ دو رکنوں والی عبارت کو **دو رکنی** کہا جاتا ہے۔ تین رکن والی عبارت کو **سہ رکنی** اور اسی طرح اور بھی۔ مجموعی طور پر ایک عبارت جس میں ایک یا ایک سے زیادہ ارکان ہوں اور جن کے ضریب غیر صفر ہوں (اور متغیروں کے منفی قوت نمانہ ہوں) **کثیر رکنی** کہلاتی ہے۔ ایک کثیر رکنی میں ارکان کی کوئی بھی تعداد ایک یا ایک سے زیادہ ہو سکتی ہے۔

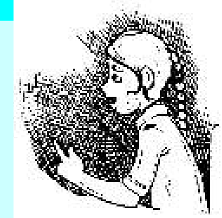
یک رکنی کی مثالیں $4x^2, 3xy, -7z, 5xy^2, 10y, -9, 82mnp,$ وغیرہ۔

دو رکنی کی مثالیں $a+b, 4l+5m, a+4, 5-3xy, z^2-4y^2,$ وغیرہ۔

سہ رکنی کی مثالیں $a+b+c, 2x+3y-5, x^2y-xy^2+y^2,$ وغیرہ۔

کثیر رکنی کی مثالیں $a+b+c+d, 3xy, 7xyz-10, 2x+3y+7z,$ وغیرہ۔

کوشش کیجیے



.1 مندرجہ ذیل کثیر رکنی کی یک رکنی، دو رکنی اور سہ رکنی کے طور پر درجہ بندی کیجیے۔

$-z+5, x+y+z, y+z+100, ab-ac, 17$

.2 بنائیے

(a) 3 دو رکنی جس میں متغیر صرف x ہو۔

(b) 3 دو رکنی جس میں x اور y متغیر ہوں۔

(iii) $2p^2q^2 - 3pq + 4,\ 5 + 7pq - 3p^2q^2$ (iv) $l^2 + m^2,\ m^2 + n^2,\ n^2 + l^2,\ 2lm + 2mn + 2nl$

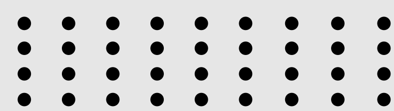
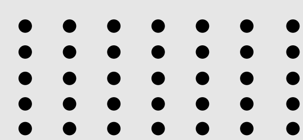
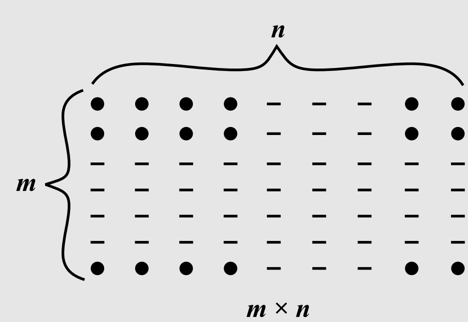
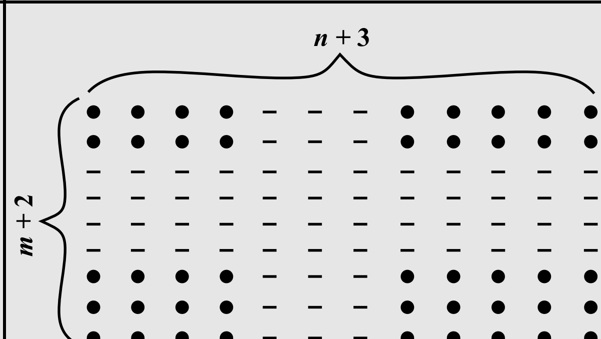
.4 (a) $4a - 7ab + 3b + 12$ کو $12a - 9ab + 5b - 3$ میں سے گھٹائیے۔

(b) $3xy + 5yz - 7zx$ کو $5xy - 2yz - 2zx + 10xyz$ میں سے گھٹائیے۔

(c) $4p^2q - 3pq + 5pq^2 - 8p + 7q - 10$ کو $18 - 3p - 11q + 5pq - 2pq^2 + 5p^2q$ میں سے گھٹائیے۔

9.6 الجبری عبارتوں کا حاصل ضرب: تعارف

(i) مندرجہ ذیل نقطوں کے نمونوں کو دیکھیے۔

نقطوں کے نمونے	نقطوں کی کل تعداد
	4×9
	5×7
	$m \times n$
	$(m+2) \times (n+3)$

نقطوں کی تعداد معلوم کرنے کے لیے ہمیں قطاروں کی تعداد کی عبارتوں کو کالموں کی تعداد کی عبارتوں سے ضرب کرنا ہے۔

یہاں قطاروں کی تعداد 2 بڑھائی گئی ہے یعنی $m + 2$ اور کالموں کی تعداد 3 بڑھائی گئی ہے یعنی $n + 3$

مثال 1 : $7xy + 5yz - 3zx,\ 4yz + 9zx - 4y,\ -3xz + 5x - 2xy$ کو جمع کیجیے۔

حل : تینوں عبارتوں کو مختلف قطاروں میں رکھیے جس میں یکساں ارکان کے نیچے یکساں ارکان ہی ہوں۔

$$\begin{array}{rrrrr}
 & 7xy & +\ 5yz & -\ 3zx & \\
+ & & 4yz & +\ 9zx & -4y \\
+ & -2xy & & -\ 3zx + 5x & \\
\hline
 & 5xy & +\ 9yz & +\ 3zx + 5x & -4y
\end{array}$$

(نوٹ کیجیے xz ایسا ہی ہے جیسا zx)

لہٰذا عبارتوں کا حاصل جمع $5xy + 9yz + 3zx + 5x - 4y$ ہے۔نوٹ کیجیے کہ کس طرح دوسری اور تیسری عبارت کے ارکان $-4y$ اور $5x$ کو جواب میں ویسے ہی لکھ دیا گیا ہے۔کیوں کہ دوسری عبارتوں میں ان کے یکساں ارکان نہیں تھے۔

مثال 2 : $5x^2 - 4y^2 + 6y - 3$ کو $7x^2 - 4xy + 8y^2 + 5x - 3y$ سے گھٹائیے۔

حل :

$$\begin{array}{rrrrrr}
7x^2 & -\ 4xy & +\ 8y^2 & +\ 5x & -\ 3y & \\
5x^2 & & -\ 4y^2 & & +\ 6y & -\ 3 \\
(-) & & (+) & & (-) & (+) \\
\hline
2x^2 & -\ 4xy & +12y^2 & +\ 5x & -\ 9y & +\ 3
\end{array}$$

نوٹ کیجیے کہ کسی عدد کو گھٹانا ایسا ہی ہے جیسے اس کے جمعی معکوس کو جمع کرنا۔اس لیے -3 کو گھٹانا ایسا ہی ہے جیسے $+3$ کو جمع کرنا– اسی طرح $6y$ کو گھٹانا ایسا ہی ہے جیسے $-6y$ کو جمع کرنا؛ $-4y^2$ کو گھٹانا ایسا ہی ہے جیسے $4y^2$ کو جمع کرنا اور ایسے ہی آگے تک– دوسری قطار کے ہر ایک رکن کے نیچے لکھی گئی تیسری قطار میں لکھی علامتوں سے ہمیں پتہ چلتا ہے کہ ہمیں کون سا عمل کرنا ہے۔

مشق 9.1

.1 مندرجہ ذیل عبارتوں کے ارکان اور ان کے ضریبوں کی شناخت کیجیے۔

(i) $5xyz^2 - 3zy$ (ii) $1 + x + x^2$ (iii) $4x^2y^2 - 4x^2y^2z^2 + z^2$

(iv) $3 - pq + qr - rp$ (v) $\frac{x}{2} + \frac{y}{2} - xy$ (vi) $0.3a - 0.6ab + 0.5b$

.2 مندرجہ ذیل کثیر رکنیوں کی درجہ بندی، یک رکنی، سہ رکنی کے طور پر کیجیے۔کون سی کثیر رکنی ان میں سے کسی بھی درجہ میں نہیں آتی ؟

$x + y,\ 1000,\ x + x^2 + x^3 + x^4,\ 7 + y + 5x,\ 2y - 3y^2,\ 2y - 3y^2 + 4y^3,\ 5x - 4y + 3xy,$
$4z - 15z^2,\ ab + bc + cd + da,\ pqr,\ p^2q + pq^2,\ 2p + 2q$

.3 مندرجہ ذیل کو جمع کیجیے۔

(i) $ab - bc,\ bc - ca,\ ca - ab$ (ii) $a - b + ab,\ b - c + bc,\ c - a + ac$

9.7 یک رکنی کو یک رکنی سے ضرب کرنا

9.7.1 دو یک رکنی ضرب کرنا

ہم درج ذیل طریقے سے شروع کرتے ہیں

$4 \times x = x + x + x + x = 4x$ جسے ہم پہلے پڑھ چکے ہیں

اسی طرح $4 \times (3x) = 3x + 3x + 3x + 3x = 12x$

اب مندرجہ ذیل حاصل ضرب کا مشاہدہ کیجیے۔

(i) $x \times 3y = x \times 3 \times y = 3 \times x \times y = 3xy$

(ii) $5x \times 3y = 5 \times x \times 3 \times y = 5 \times 3 \times x \times y = 15xy$

(iii) $5x \times (-3y) = 5 \times x \times (-3) \times y$

$= 5 \times (-3) \times x \times y = -15xy$

غور کیجیے کہ یک رکنی کے $3xy$، $15xy$، $-15xy$ کے تینوں حاصل ضرب یک رکنی ہی ہیں۔

کچھ اور مثالیں دیکھیے

(iv) $5x \times 4x^2 = (5 \times 4) \times (x \times x^2)$

$= 20 \times x^3 = 20x^3$

غور کیجیے کہ $5 \times 4 = 20$
یعنی پہلی یک رکنی کا ضریب × دوسری یک رکنی کا ضریب = حاصل ضرب کا ضریب
اور $x \times x^2 = x^3$
دوسری یک رکنی کا الجبری جز ضربی × پہلی یک رکنی کا الجبری جز ضربی = حاصل ضرب کا الجبری جز ضربی

(v) $5x \times (-4xyz) = (5 \times -4) \times (x \times xyz)$

$= -20 \times (x \times x \times yz) = -20x^2yz$

غور کیجیے کہ دونوں یک رکنی کے الجبری حصوں کے مختلف متغیروں کی قوتوں کو ہم کس طرح اکٹھا کرتے ہیں۔ ہم نے یہاں قوت نما کا طریقہ استعمال کیا ہے۔

9.7.2 تین یا تین سے زیادہ کثیر یک رکنی ضرب

مندرجہ ذیل مثالوں کا مشاہدہ کیجیے۔

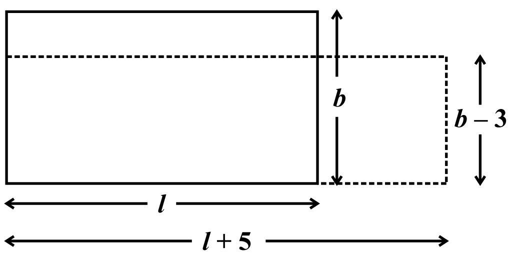
(i) $2x \times 5y \times 7z = (2x \times 5y) \times 7z = 10xy \times 7z = 70xyz$

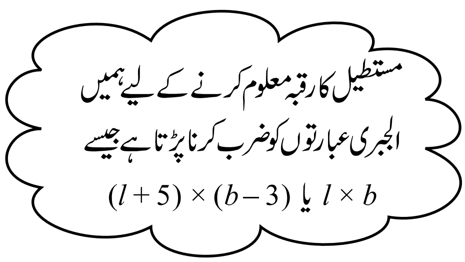
(ii) $4xy \times 5x^2y^2 \times 6x^3y^3 = (4xy \times 5x^2y^2) \times 6x^3y^3 = 20x^3y^3 \times 6x^3y^3 = 120x^3y^3 \times x^3y^3$

$= 120\,(x^3 \times x^3) \times (y^3 \times y^3) = 120x^6 \times y^6 = 120x^6y^6$

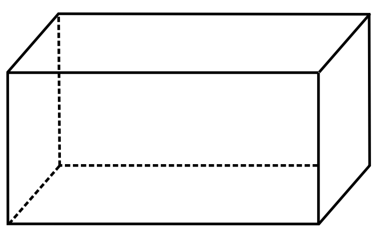
یہ ظاہر ہے کہ پہلے ہم دو یک رکنی کو ضرب کرتے ہیں اور پھر نتیجہ میں حاصل ایک یک رکنی کو تیسری یک رکنی سے ضرب کرتے ہیں۔ اس طریقہ کی توسیع ہم بہت سی یک رکنی کے حاصل ضرب کے لیے کر سکتے ہیں۔

(ii) کیا آپ ایسی صورت حال کے بارے میں جانتے ہیں جن میں دو الجبری عبارتوں کو ضرب کرنا پڑتا ہو؟ امینہ کہتی ہے ''ہم مستطیل کے رقبہ کے بارے میں سوچتے ہیں''۔ مستطیل کا رقبہ $l \times b$ ہے جہاں l لمبائی ہے اور b چوڑائی ہے۔ اگر مستطیل کی لمبائی 5 اکائی بڑھا دی جائے یعنی $(l + 5)$ اکائی اور چوڑائی 3 اکائی کم کردی جائے یعنی $(b - 3)$ اکائی تو مستطیل کا رقبہ $(l + 5) \times (b - 3)$ ہوگا۔





(iii) کیا آپ حجم کے بارے میں جانتے ہیں؟ (ایک مستطیل نما صندوق کا حجم اس کی لمبائی، چوڑائی اور اونچائی کے حاصل ضرب سے حاصل ہوتا ہے)



(iv) سریتا کہتی ہے کہ جب ہم چیزیں خریدتے ہیں تو ہمیں ضرب کرنا پڑتا ہے۔ مثال کے طور پر اگر

ایک درجن کیلے کی قیمت = p ` ہے

اور اسکول پکنک کے لیے کیلے کی ضرورت = z درجن

تو ہمیں ادا کرنے پڑیں گے = $(p \times z)$ `

مان لیجیے ایک درجن کیلے کی قیمت 2 ` کم ہوتی اور پکنک کے لیے 4 درجن کیلوں کی ضرورت کم ہوتی

تو ہر ایک درجن کیلے کی قیمت = $(p - 2)$ `

اور کیلے کی ضرورت = $(z - 4)$ درجن

اس لیے ہمیں ادا کرنے پڑتے = $(p - 2) \times (z - 4)$ `

کوشش کیجیے

کیا آپ ایسی دو اور صورتیں بتا سکتے ہیں جہاں الجبری عبارتوں کو ضرب کرنا پڑ سکتا ہے؟

[اشارہ : • رفتار اور وقت پر غور کیجیے؛

• سود مفرد، اصل زر اور سود مفرد کی شرح پر غور کیجیے، وغیرہ]

مذکورہ بالا سبھی مثالوں میں ہم نے دو یا دو سے زیادہ رقموں کو ضرب کیا۔ اگر رقمیں الجبری عبارتوں کی شکل میں دی گئی ہوں اور ہمیں ان کا حاصل ضرب معلوم کرنا ہو تو ہمیں یہ جاننا چاہیے کہ یہ حاصل ضرب کیسے حاصل کیا جائے گا۔ آیئے اسے منظّم طریقے سے کرتے ہیں سب سے پہلے ہم دو ایک رکنی کو ضرب کرتے ہیں۔

مشق 9.2

1. مندرجہ ذیل یک رکنی جوڑوں کا حاصل ضرب معلوم کیجیے۔

(i) $4, 7p$ (ii) $-4p, 7p$ (iii) $-4p, 7pq$ (iv) $4p^3, -3p$

(v) $4p, 0$

2. مستطیلوں کے رقبے معلوم کیجیے جن کی لمبائیاں اور چوڑائیاں یک رکنی کی شکل میں دی گئی ہیں۔

$(p, q); (10m, 5n); (20x^2, 5y^2); (4x, 3x^2); (3mn, 4np)$

3. حاصل ضرب کے جدول کو مکمل کیجیے۔

پہلی یک رکنی ← دوسری یک رکنی ↓	$2x$	$-5y$	$3x^2$	$-4xy$	$7x^2y$	$-9x^2y^2$
$2x$	$4x^2$	. . .	. . .	. . .	. . .	. . .
$-5y$	. . .	. . .	$-15x^2y$	. . .	. . .	. . .
$3x^2$	. . .	. . .	. . .	. . .	. . .	. . .
$-4xy$	. . .	. . .	. . .	. . .	. . .	. . .
$7x^2y$	. . .	. . .	. . .	. . .	. . .	. . .
$-9x^2y^2$	. . .	. . .	. . .	. . .	. . .	. . .

4. مستطیل نما صندوقوں کا حجم معلوم کیجیے جن کی لمبائی، چوڑائی اور اونچائی بالترتیب ذیل میں دی گئی ہے۔

(i) $5a, 3a^2, 7a^4$ (ii) $2p, 4q, 8r$ (iii) $xy, 2x^2y, 2xy^2$ (iv) $a, 2b, 3c$

5. حاصل ضرب معلوم کیجیے۔

(i) xy, yz, zx (ii) $a, -a^2, a^3$ (iii) $2, 4y, 8y^2, 16y^3$

(iv) $a, 2b, 3c, 6abc$ (v) $m, -mn, mnp$

9.8 یک رکنی کی کثیر رکنی سے ضرب

9.8.1 یک رکنی کی دو رکنی سے ضرب

آیئے یک رکنی $3x$ کو دو رکنی $5y + 2$ سے ضرب کریں یعنی؟ $3x \times (5y + 2) =$ معلوم کیجیے۔

یاد کیجیے $3x$ اور $(5y + 2)$ اعداد کو ظاہر کرتے ہیں اس لیے تقسیمی اصول کا استعمال کرنے سے

$$3x \times (5y + 2) = (3x \times 5y) + (3x \times 2) = 15xy + 6x$$

ہم حاصل ضرب کو دوسرے طریقے سے بھی معلوم کر سکتے ہیں۔

$4xy \times 5x^2y^2 \times 6x^3y^3 = (4 \times 5 \times 6) \times (x \times x^2 \times x^3) \times (y \times y^2 \times y^3) = 120x^6y^6$

کوشش کیجیے

$4x \times 5y \times 7z$ معلوم کیجیے۔

پہلے $4x \times 5y$ معلوم کیجیے اور پھر اس کو $7z$ سے ضرب کیجیے

یا پہلے $5y \times 7z$ معلوم کیجیے اور اس کو $4x$ سے ضرب کیجیے۔

کیا نتیجہ ایک ہی ہے؟ آپ کیا مشاہدہ کرتے ہیں؟

کیا ضرب کرتے وقت ترتیب کی اہمیت ہے؟

مثال 3 : ایک مستطیل جس کی لمبائی اور چوڑائی دی ہوئی ہے، کے رقبہ کے جدول کو پورا کیجیے۔

حل :

لمبائی	چوڑائی	رقبہ
$3x$	$5y$	$3x \times 5y = 15xy$
$9y$	$4y^2$	....
$4ab$	$5bc$	....
$2l^2m$	$3lm^2$	....

مثال 4 : مندرجہ ذیل جدول میں تین مستطیل نما صندوقوں کی لمبائی، چوڑائی اور اونچائی دی ہوئی ہے۔ ہر ایک کا حجم معلوم کیجیے۔

	لمبائی	چوڑائی	اونچائی
(i)	$2ax$	$3by$	$5cz$
(ii)	m^2n	n^2p	p^2m
(iii)	$2q$	$4q^2$	$8q^3$

حل : حجم = لمبائی × چوڑائی × اونچائی

اس طرح (i) کے لیے حجم = $(2ax) \times (3by) \times (5cz)$

$= 2 \times 3 \times 5 \times (ax) \times (by) \times (cz) = 30abcxyz$

(ii) کے لیے حجم = $m^2n \times n^2p \times p^2m$

$= (m^2 \times m) \times (n \times n^2) \times (p \times p^2) = m^3n^3p^3$

(iii) کے لیے حجم = $2q \times 4q^2 \times 8q^3$

$= 2 \times 4 \times 8 \times q \times q^2 \times q^3 = 64q^6$

حل :

(i) $x(x-3)+2 = x^2 - 3x + 2$

$x = 1$ کے لیے، $x^2 - 3x + 2 = (1)^2 - 3(1) + 2$

$= 1 - 3 + 2 = 3 - 3 = 0$

(ii) $3y(2y-7) - 3(y-4) - 63 = 6y^2 - 21y - 3y + 12 - 63$

$= 6y^2 - 24y - 51$

$y = -2$ کے لیے، $6y^2 - 24y - 51 = 6(-2)^2 - 24(-2) - 51$

$= 6 \times 4 + 24 \times 2 - 51$

$= 24 + 48 - 51 = 72 - 51 = 21$

مثال 6 : جمع کیجیے:

(i) $5m(3-m)$ اور $6m^2 - 13m$ (ii) $4y(3y^2+5y-7)$ اور $2(y^3 - 4y^2 + 5)$

حل :

(i) پہلی عبارت $= 5m(3-m) = (5m \times 3) - (5m \times m) = 15m - 5m^2$

اب دوسری عبارت کو اس میں جوڑنے پر $15m - 5m^2 + 6m^2 - 13m = m^2 + 2m$

(ii) پہلی عبارت $= 4y(3y^2 + 5y - 7) = (4y \times 3y^2) + (4y \times 5y) + (4y \times (-7))$

$= 12y^3 + 20y^2 - 28y$

دوسری عبارت $= 2(y^3 - 4y^2 + 5) = 2y^3 + 2 \times (-4y^2) + 2 \times 5$

$= 2y^3 - 8y^2 + 10$

ان دونوں عبارتوں کو جوڑنے پر

$$\begin{array}{rrrr} & 12y^3 & + 20y^2 - 28y & \\ + & 2y^3 & - 8y^2 & + 10 \\ \hline & 14y^3 & + 12y^2 - 28y & + 10 \end{array}$$

مثال 7 : $3pq(p-q)$ کو $2pq(p+q)$ میں سے گھٹائیے۔

حل : ہمارے پاس ہے $3pq(p-q) = 3p^2q - 3pq^2$

ہم عام طور سے تحسیب میں تقسیمی اصول کا استعمال کرتے ہیں۔ مثلاً:

$$7 \times 106 = 7 \times (100 + 6)$$

$= 7 \times 100 + 7 \times 6$ (یہاں ہم نے تقسیمی اصول استعمال کیا)

$= 700 + 42 = 742$

$$7 \times 38 = 7 \times (40 - 2)$$

$= 7 \times 40 - 7 \times 2$ (یہاں ہم نے تقسیمی اصول استعمال کیا)

$= 280 - 14 = 266$

اسی طرح سے $(-3x) \times (-5y + 2) = (-3x) \times (-5y) + (-3x) \times (2) = 15xy - 6x$

اور $5xy \times (y^2 + 3) = (5xy \times y^2) + (5xy \times 3) = 5xy^3 + 15xy$

ایک یک رکنی × دو رکنی کے بارے میں آپ کا کیا خیال ہے؟

مثال کے طور پر $(5y + 2) \times 3x = ?$

ہم تقلیبی اصول کا استعمال کر سکتے ہیں جیسے : $7 \times 3 = 3 \times 7$ یا عام طور پر $a \times b = b \times a$

اسی طرح سے $(5y + 2) \times 3x = 3x \times (5y + 2) = 15xy + 6x$

کوشش کیجیے

حاصل ضرب معلوم کیجیے (i) $2x (3x + 5xy)$ (ii) $a^2 (2ab - 5c)$

9.8.2 ایک یک رکنی کی سہ رکنی سے ضرب

$3p \times (4p^2 + 5p + 7)$ پر غور کیجیے جس طرح ہم پہلے کر چکے ہیں یہاں بھی تقسیمی اصول کا استعمال کریں گے۔

$$3p \times (4p^2 + 5p + 7) = (3p \times 4p^2) + (3p \times 5p) + (3p \times 7)$$

$$= 12p^3 + 15p^2 + 21p$$

سہ رکنی کے ہر رکن کو یک رکنی سے ضرب کیجیے اور حاصل ضرب کو جمع کیجیے۔

غور کیجیے کہ تقسیمی اصول کو استعمال کرنے سے ہم رکن بہ رکن ضرب کرتے ہیں۔

کوشش کیجیے

حاصل ضرب معلوم کیجیے:

$(4p^2 + 5p + 7) \times 3p$

مثال 5: عبارت کو مختصر کیجیے اور ہدایت کے مطابق قدر معلوم کیجیے:

(i) $x = 1$ کے لیے $x (x - 3) + 2$ (ii) $y = -2$ کے لیے $3y (2y - 7) - 3 (y - 4) - 63$

5. (a) جمع کیجیے : $p(p-q)$ ، $q(q-r)$ اور $r(r-p)$

(b) جمع کیجیے : $2x(z-x-y)$ اور $2y(z-y-x)$

(c) گھٹائیے : $3l(l-4m+5n)$ کو $4l(10n-3m+2l)$ میں سے

(d) گھٹائیے : $3a(a+b+c)-2b(a-b+c)$ کو $4c(-a+b+c)$ میں سے

9.9 کثیر رکنی کی کثیر رکنی سے ضرب

9.9.1 دو رکنی کی دو رکنی سے ضرب

آیئے ایک دو رکنی $(2a+3b)$ کو دوسری دو رکنی $(3a+4b)$ سے ضرب کرتے ہیں۔ ہم اس کو قدم بہ قدم کرتے ہیں جیسا کہ ہم پہلے بھی کر چکے ہیں۔ اس میں بھی ہم ضرب کا تقسیمی اصول استعمال کریں گے۔

$$(3a+4b)\times(2a+3b) = 3a\times(2a+3b)+4b\times(2a+3b)$$

غور کیجیے ایک دو رکنی کا ہر رکن دوسری دو رکنی کے ہر رکن سے ضرب کیا جاتا ہے۔

$$= (3a\times 2a)+(3a\times 3b)+(4b\times 2a)+(4b\times 3b)$$

$$= 6a^2+9ab+8ba+12b^2$$

$$= 6a^2+17ab+12b^2$$ (کیوں کہ $ba=ab$)

جب ہم ایک رکن کو دوسرے رکن سے ضرب کرتے ہیں تو ہم امید کرتے ہیں کہ $2\times 2=4$ رکن موجود ہونا چاہیے لیکن ان میں دو رکن یکساں ہیں جن کو ایک ساتھ ملا دیا گیا ہے، اور اس طرح ہمیں 3 رکن حاصل ہوتے ہیں۔ کثیر رکنی کی کثیر رکنی سے ضرب کرتے وقت ہمیں یکساں ارکانوں کو تلاش کرنا چاہیئے اور انھیں ملانا چاہیئے۔

مثال 8 : ضرب کیجیے

(i) $(x-4)$ اور $(2x+3)$ (ii) $(x-y)$ اور $(3x+5y)$

حل :

(i)
$$(x-4)\times(2x+3) = x\times(2x+3)-4\times(2x+3)$$

$$= (x\times 2x)+(x\times 3)-(4\times 2x)-(4\times 3) = 2x^2+3x-8x-12$$

$$= 2x^2-5x-12$$ (یکساں ارکان جمع کرنے پر)

(ii)
$$(x-y)\times(3x+5y) = x\times(3x+5y)-y\times(3x+5y)$$

$$= (x\times 3x)+(x\times 5y)-(y\times 3x)-(y\times 5y)$$

$$= 3x^2+5xy-3yx-5y^2 = 3x^2+2xy-5y^2$$ (یکساں ارکان جمع کرنے پر)

اور $2pq\,(p + q) = 2p^2q + 2pq^2$

گھٹانے پر

$$\begin{array}{rcl} 2p^2q & + & 2pq^2 \\ 3p^2q & - & 3pq^2 \\ - & & + \\ \hline -p^2q & + & 5pq^2 \end{array}$$

مشق 9.3

1. مندرجہ ذیل میں ہر عبارت کے جوڑے کا حاصل ضرب معلوم کیجیے۔

(i) $4p,\ q + r$ (ii) $ab,\ a - b$ (iii) $a + b,\ 7a^2b^2$ (iv) $a^2 - 9,\ 4a$

(v) $pq + qr + rp,\ 0$

2. جدول کو مکمل کیجیے۔

	پہلی عبارت	دوسری عبارت	حاصل ضرب
(i)	a	$b + c + d$	. . .
(ii)	$x + y - 5$	$5xy$	. . .
(iii)	p	$6p^2 - 7p + 5$	. . .
(iv)	$4p^2q^2$	$p^2 - q^2$	. . .
(v)	$a + b + c$	abc	. . .

3. حاصل ضرب معلوم کیجیے۔

(i) $(a^2) \times (2a^{22}) \times (4a^{26})$ (ii) $\left(\frac{2}{3}xy\right) \times \left(\frac{-9}{10}x^2y^2\right)$

(iii) $\left(-\frac{10}{3}pq^3\right) \times \left(\frac{6}{5}p^3q\right)$ (iv) $x \times x^2 \times x^3 \times x^4$

4. (a) آسان کیجیے : $3x\,(4x - 5) + 3$ اور (i) $x = 3$ کو (ii) $x = \frac{1}{2}$ کے لیے اس کی قدر معلوم کیجیے۔

(b) آسان کیجیے : $a\,(a^2 + a + 1) + 5$ کو اور (i) $a = 0$ (ii) $a = 1$ (iii) $a = -1$ کے لیے اس کی قدر معلوم کیجیے۔

$$= 2a^2 - ab - 3b^2 + bc + ac - 2ac + 3bc$$

$$= 2a^2 - ab - 3b^2 + (bc + 3bc) + (ac - 2ac)$$

$$= 2a^2 - 3b^2 - ab + 4bc - ac$$

مشق 9.4

1. دو رکنی کی ضرب کیجیے۔

(i) $(4x - 3)$ اور $(2x + 5)$ (ii) $(3y - 4)$ اور $(y - 8)$

(iii) $(2.5l + 0.5m)$ اور $(2.5l - 0.5m)$ (iv) $(a + 3b)$ اور $(x + 5)$

(v) $(2pq + 3q^2)$ اور $(3pq - 2q^2)$

(vi) $\left(\frac{3}{4}a^2 + 3b^2\right)$ اور $4\left(a^2 - \frac{2}{3}b^2\right)$

2. حاصل ضرب معلوم کیجیے۔

(i) $(5 - 2x)(3 + x)$ (ii) $(x + 7y)(7x - y)$

(iii) $(a^2 + b)(a + b^2)$ (iv) $(p^2 - q^2)(2p + q)$

3. آسان کیجیے۔

(i) $(x^2 - 5)(x + 5) + 25$ (ii) $(a^2 + 5)(b^3 + 3) + 5$

(iii) $(t + s^2)(t^2 - s)$

(iv) $(a + b)(c - d) + (a - b)(c + d) + 2(ac + bd)$

(v) $(x + y)(2x + y) + (x + 2y)(x - y)$ (vi) $(x + y)(x^2 - xy + y^2)$

(vii) $(1.5x - 4y)(1.5x + 4y + 3) - 4.5x + 12y$

(viii) $(a + b + c)(a + b - c)$

9.10 تماثل کیا ہے؟

برابری پر غور کیجیے $(a + 1)(a + 2) = a^2 + 3a + 2$

a کی کسی قدر $a = 10$ کے لیے ہم اس مساوات کے طرفین کی قدر معلوم کریں گے۔

مثال 9 : ضرب کیجیے

(i) $(a+7)$ اور $(b-5)$ (ii) (a^2+2b^2) اور $(5a-3b)$

حل :

(i) $(a+7)\times(b-5) = a\times(b-5)+7\times(b-5)$

$= ab-5a+7b-35$

نوٹ کیجیے کہ اس ضرب میں یکساں ارکان موجود نہیں ہیں۔

(ii) $(a^2+2b^2)\times(5a-3b) = a^2(5a-3b)+2b^2\times(5a-3b)$

$= 5a^3-3a^2b+10ab^2-6b^3$

9.9.2 دو رکنی کی سہ رکنی سے ضرب

اس ضرب میں، ہم سہ رکنی کے تینوں ارکان میں سے ہر رکن کی دو رکنی کے ہر ایک رکن سے ضرب کرتے ہیں۔ اس طرح ہمیں $2\times3=6$ ارکان حاصل ہوں گے جو گھٹ کے 5 یا اس سے بھی کم ہو سکتے ہیں، اگر ہر رکن کو ایک رکن سے ضرب کرنے پر یکساں ارکان بنتے ہیں۔ دیکھیے :

$\underbrace{(a+7)}_{\text{دو رکنی}}\times\underbrace{(a^2+3a+5)}_{\text{سہ رکنی}} = a\times(a^2+3a+5)+7\times(a^2+3a+5)$

[تقسیمی اصول کا استعمال کرتے ہوئے]

$= a^3+3a^2+5a+7a^2+21a+35$

$= a^3+(3a^2+7a^2)+(5a+21a)+35$

$= a^3+10a^2+26a+35$ (آخر میں صرف 4 ہی رکن کیوں ہیں؟)

مثال 10 : مختصر کیجیے $(a+b)(2a-3b+c)-(2a-3b)c$

حل : ہمارے پاس ہے

$(a+b)(2a-3b+c) = a(2a-3b+c)+b(2a-3b+c)$

$= 2a^2-3ab+ac+2ab-3b^2+bc$

$= 2a^2-ab-3b^2+bc+ac$ (نوٹ: $-3ab$ اور $2ab$ یکساں ارکان ہیں)

اور $(2a-3b)c = 2ac-3bc$

اس لیے

$(a+b)(2a-3b+c)-(2a-3b)c = 2a^2-ab-3b^2+bc+ac-(2ac-3bc)$

ظاہر ہے کہ یہ ایک تماثل ہے کیوں کہ RHS میں موجود عبارت کو ضرب کے عمل سے LHS سے حاصل کیا گیا ہے۔ آپ تصدیق کر سکتے ہیں کہ a اور b کی کسی بھی قدر کے لیے تماثل کے دونوں طرف کی قدریں یکساں ہیں۔

- اس کے بعد ہم حاصل ضرب $(a-b)^2 = (a-b)(a-b) = a(a-b) - b(a-b)$ پر غور کرتے ہیں۔

ہمارے پاس $= a^2 - ab - ba + b^2 = a^2 - 2ab + b^2$

یا $\boxed{(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2}$ (II)

- آخر میں ہم $(a+b)(a-b)$ پر غور کریں گے۔ ہمارے پاس ہے $(a+b)(a-b) = a(a-b) + b(a-b)$

$= a^2 - ab + ba - b^2 = a^2 - b^2$ (کیوں کہ $ab = ba$)

یا $\boxed{(a+b)(a-b) = a^2 - b^2}$ (III)

تماثلات (I) ، (II) اور (III) **معیاری تماثلات** کہلاتی ہیں۔

کوشش کیجیے

1. تماثل (I) میں b کی جگہ پر $-b$ رکھیے۔ کیا آپ کو تماثل (II) حاصل ہوتا ہے؟

- اب ہم ایک اور اہم تماثل پر غور کرتے ہیں۔

$$(x+a)(x+b) = x(x+b) + a(x+b)$$
$$= x^2 + bx + ax + ab$$

یا $\boxed{(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab}$ (IV)

کوشش کیجیے

1. $a = 2$، $b = 3$، $x = 5$ کے لیے تماثل (IV) کی تصدیق کیجیے۔
2. تماثل (IV) میں $a = b$ لینے پر آپ کیا حاصل کرتے ہیں؟ کیا یہ تماثل (I) سے متعلق ہے؟
3. تماثل (IV) میں $a = -c$ اور $b = -c$ لینے پر آپ کیا حاصل کرتے ہیں کیا یہ تماثل (II) سے متعلق ہے؟
4. تماثل (IV) میں $b = -a$ لیجیے۔ آپ کیا حاصل کرتے ہیں؟ کیا یہ تماثل (III) سے متعلق ہے؟

ہم دیکھ سکتے ہیں کہ تماثل (IV) باقی تینوں تماثلات کی عام شکل ہے؟

$a = 10$ کے لیے، $\text{LHS} = (a+1)(a+2) = (10+1)(10+2) = 11 \times 12 = 132$

$\text{RHS} = a^2 + 3a + 2 = 10^2 + 3 \times 10 + 2 = 100 + 30 + 2 = 132$

لہٰذا $a = 10$ کے لیے برابری کے دونوں طرف کی قدریں مساوی ہیں۔

آیئے، اب $a = -5$ کو لیں

$\text{LHS} = (a+1)(a+2) = (-5+1)(-5+2) = (-4) \times (-3) = 12$

$\text{RHS} = a^2 + 3a + 2 = (-5)^2 + 3(-5) + 2$

$= 25 - 15 + 2 = 10 + 2 = 12$

لہٰذا $a = -5$ کے لیے بھی $\text{LHS} = \text{RHS}$

ہم دیکھتے ہیں کہ a کی کسی بھی قدر کے لیے $\text{LHS} = \text{RHS}$ ہے۔ **ایسی برابری جو متغیر کی ہر قدر کے لیے درست ہو تماثل کہلاتی ہے۔** اس طرح،

$(a+1)(a+2) = a^2 + 3a + 2$ ایک تماثل ہے۔

ایک مساوات اس میں موجود متغیر کی صرف ایک قدر کے لیے ہی درست ہوتی ہے۔ یہ متغیر کی تمام قدروں کے لیے صحیح نہیں ہوتی۔ مثال کے طور پر مساوات

$a^2 + 3a + 2 = 132$ پر غور کیجیے

یہ صرف $a = 10$ کے لیے صحیح ہے جیسا کہ اوپر دکھایا گیا ہے۔ لیکن یہ $a = -5$ یا $a = 0$ وغیرہ کے لیے درست نہیں ہے۔

کوشش کیجیے : دکھایئے کہ $a^2 + 3a + 2 = 132$ ، $a = -5$ اور $a = 0$ کے لیے درست نہیں ہے۔

9.11 معیاری تماثلات

اب ہم تین ایسی تماثلات کا مطالعہ کریں گے جو ہمارے لیے بہت مفید ہیں۔ یہ تماثلات ایک دو رکنی کو دوسری دو رکنی سے ضرب کرنے پر حاصل ہوتی ہیں۔

آیئے پہلے حاصل ضرب $(a + b)(a + b)$ یا $(a + b)^2$ پر غور کریں۔

$$(a + b)^2 = (a + b)(a + b)$$

$$= a(a + b) + b(a + b)$$

$$= a^2 + ab + ba + b^2$$

$$= a^2 + 2ab + b^2 \quad (\text{کیوں کہ } ab = ba)$$

اس طرح $\boxed{(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2}$ (I)

$= 16p^2 - 24pq + 9q^2$

کیا آپ اس بات سے متفق ہیں کہ $(4p - 3q)^2$ کا مربع معلوم کرنے کے لیے سیدھے ضرب کے مقابلے تماثلات کا استعمال زیادہ آسان ہے؟

(ii) $(4.9)^2 = (5.0 - 0.1)^2 = (5.0)^2 - 2\,(5.0)\,(0.1) + (0.1)^2$

$= 25.00 - 1.00 + 0.01 = 24.01$

کیا 4.9 کا مربع سیدھے ضرب کے مقابلے میں تماثل (II) کی مدد سے زیادہ آسان نہیں ہے؟

مثال 13 : تماثل (III) کا استعمال کرتے ہوئے معلوم کیجیے

(i) $\left(\frac{3}{2}m + \frac{2}{3}n\right)\left(\frac{3}{2}m - \frac{2}{3}n\right)$ (ii) $983^2 - 17^2$ (iii) 194×206

حل :

(i) $\left(\frac{3}{2}m + \frac{2}{3}n\right)\left(\frac{3}{2}m - \frac{2}{3}n\right) = \left(\frac{3}{2}m\right)^2 - \left(\frac{2}{3}n\right)^2$

$= \frac{9}{4}m^2 - \frac{4}{9}n^2$

اسے سیدھے طریقے سے حل کرنے کی کوشش کیجیے۔ آپ دیکھیں گے کہ تماثل (III) کے استعمال سے اس کو حل کرنا نسبتاً زیادہ آسان ہے۔

(ii) $983^2 - 17^2 = (983 + 17)\,(983 - 17)$

[یہاں $a = 983,\ b = 17,\ a^2 - b^2 = (a + b)\,(a - b)$]

اس لیے $983^2 - 17^2 = 1000 \times 966 = 966000$

(iii) $194 \times 206 = (200 - 6) \times (200 + 6) = 200^2 - 6^2$

$= 40000 - 36 = 39964$

مثال 14 : مندرجہ ذیل کے حاصل ضرب معلوم کرنے کے لیے تماثل $(x + a)\,(x + b) = x^2 + (a + b)\,x + ab$ کا استعمال کیجیے۔

(i) 501×502 (ii) 95×103

حل :

(i) $501 \times 502 = (500 + 1) \times (500 + 2) = 500^2 + (1 + 2) \times 500 + 1 \times 2$

$= 250000 + 1500 + 2 = 251502$

(ii) $95 \times 103 = (100 - 5) \times (100 + 3) = 100^2 + (-5 + 3) \times 100 + (-5) \times 3$

$= 10000 - 200 - 15 = 9785$

9.12 تماثلات کا استعمال

اب ہم دیکھیں گے کہ کس طرح تماثلات کا استعمال دو رکنی کے ضرب اور اعداد کے ضرب کے بہت سے مسائل کو حل کرنے کے لیے بھی آسان متبادل طریقہ فراہم کرتا ہے۔

مثال 11 : تماثل (I) کا استعمال کرتے ہوئے، معلوم کیجیے (i) $(2x+3y)^2$ (ii) 103^2

حل :

(i) $(2x+3y)^2 = (2x)^2 + 2(2x)(3y) + (3y)^2$ [تماثل (I) کے استعمال سے]

$= 4x^2 + 12xy + 9y^2$

ہم $(2x+3y)^2$ کی قدر سیدھے معلوم کر سکتے ہیں۔

$(2x+3y)^2 = (2x+3y)(2x+3y)$

$= (2x)(2x) + (2x)(3y) + (3y)(2x) + (3y)(3y)$

$= 4x^2 + 6xy + 6\,yx + 9y^2$ (کیوں کہ $xy = yx$)

$= 4x^2 + 12xy + 9y^2$

تماثل (I) کے استعمال سے ہمیں $(2x+3y)$ کا مربع معلوم کرنے کا ایک متبادل طریقہ حاصل ہوتا ہے۔ کیا آپ نے غور کیا ہے کہ مذکورہ بالا سیدھے طریقے کے مقابلے تماثل کے طریقے میں کم اقدام ہوتے ہیں؟ آپ اس طریقے کی اہمیت اور زیادہ سمجھیں گے جب آپ $(2x+3y)$ کے مقابلے میں بہت پیچیدہ دو رکنی عبارتوں کا مربع معلوم کرنے کی کوشش کریں گے۔

(ii) $(103)^2 = (100+3)^2$

$= 100^2 + 2 \times 100 \times 3 + 3^2$

$= 10000 + 600 + 9 = 10609$

ہم 103 کو سیدھے 103 سے ضرب کر کے بھی درج بالا جواب حاصل کر سکتے ہیں۔ کیا آپ نے غور کیا ہے کہ سیدھے طریقہ سے 103 کا مربع معلوم کرنے کے مقابلے تماثل (I) کا طریقہ آسان ہے؟ 1013 کا مربع معلوم کرنے کی کوشش کیجیے۔ آپ اس حالت میں بھی سیدھے ضرب کے طریقہ کے مقابلے تماثلوں کے استعمال کے طریقے کو زیادہ آسان پائیں گے۔

مثال 12 : تماثل (II) کے استعمال سے معلوم کیجیے۔ (i) $(4p-3q)^2$ (ii) $(4.9)^2$

حل:

(i) $(4p-3q)^2 = (4p)^2 - 2\,(4p)(3q) + (3q)^2$ (تماثل II کے استعمال سے)

(iv) $(4pq + 3q)^2 - (4pq - 3q)^2 = 48pq^2$

(v) $(a - b)(a + b) + (b - c)(b + c) + (c - a)(c + a) = 0$

6. تماثل کا استعمال کرتے ہوئے قدر معلوم کیجیے۔

(i) 71^2 (ii) 99^2 (iii) 102^2 (iv) 998^2

(v) 5.2^2 (vi) 297×303 (vii) 78×82 (viii) 8.9^2

(ix) 1.05×9.5

7. $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$ کا استعمال کرتے ہوئے، قدر معلوم کیجیے۔

(i) $51^2 - 49^2$ (ii) $(1.02)^2 - (0.98)^2$ (iii) $153^2 - 147^2$

(iv) $12.1^2 - 7.9^2$

8. $(x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab$, کا استعمال کرتے ہوئے، قدر معلوم کیجیے۔

(i) 103×104 (ii) 5.1×5.2 (iii) 103×98 (iv) 9.7×9.8

ہم نے کیا سیکھا؟

1. **متغیر** اور **مستقلوں** سے عبارت بنتی ہے۔
2. **عبارت** بنانے کے لیے ارکان کو جمع کیا جاتا ہے خود ارکان کی تشکیل اجزائے ضربی کے حاصل ضرب کی شکل میں ہوتی ہے۔
3. عبارت جس میں ایک، دو اور تین ارکان ہوتے ہیں بالترتیب **یک رکنی**، **دو رکنی** اور **سہ رکنی** کہلاتے ہیں۔ عام طور پر ایک یا اس سے زیادہ ارکان والی عبارت جس میں غیر صفر ضریب ہو (اور متغیر کی قوت غیر منفی ہو) **کثیر رکنی** کہلاتی ہے۔
4. **یکساں** متغیروں سے یکساں ارکان بنتے ہیں اور ان متغیروں کی قوت بھی یکساں ہوتی ہے۔ یکساں ارکان کے ضریب مساوی ہوں یہ ضروری نہیں ہے۔
5. کثیر رکنی کو جمع کرنے (یا گھٹانے) کے لیے سب سے پہلے یکساں ارکان تلاش کیجیے اور انھیں جمع (یا گھٹا) کیجیے۔ اس کے بعد غیر یکساں ارکان کا استعمال کیجیے۔
6. بہت سی حالتوں میں ہمیں الجبری عبارتوں کو ضرب کرنے کی ضرورت پڑتی ہے۔ مثال کے طور پر مستطیل کا رقبہ معلوم کرنے کے لیے، جس کے اضلاع الجبری عبارتوں کی شکل میں دیے گئے ہوں۔
7. یک رکنی کو یک رکنی سے ضرب کرنے پر ہمیشہ ایک یک رکنی ہی حاصل ہوتی ہے۔
8. کثیر رکنی کو یک رکنی سے ضرب کرنے کے لیے ہم کثیر رکنی کے ہر رکن کو یک رکنی سے ضرب کرتے ہیں۔

مشق نمبر 9.5

.1 مندرجہ ذیل حاصل ضرب میں ہر ایک کو حاصل کرنے کے لیے مناسب تماثل کا استعمال کیجیے۔

(i) $(x+3)(x+3)$ (ii) $(2y+5)(2y+5)$ (iii) $(2a-7)(2a-7)$

(iv) $(3a-\frac{1}{2})(3a-\frac{1}{2})$ (v) $(1.1m-0.4)(1.1m+0.4)$

(vi) $(a^2+b^2)(-a^2+b^2)$ (vii) $(6x-7)(6x+7)$

(viii) $(-a+c)(-a+c)$ (ix) $\left(\frac{x}{2}+\frac{3y}{4}\right)\left(\frac{x}{2}+\frac{3y}{4}\right)$

(x) $(7a-9b)(7a-9b)$

.2 مندرجہ ذیل حاصل ضرب کو معلوم کرنے کے لیے تماثل $(x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+ab$ کا استعمال کیجیے۔

(i) $(x+3)(x+7)$ (ii) $(4x+5)(4x+1)$

(iii) $(4x-5)(4x-1)$ (iv) $(4x+5)(4x-1)$

(v) $(2x+5y)(2x+3y)$ (vi) $(2a^2+9)(2a^2+5)$

(vii) $(xyz-4)(xyz-2)$

.3 تماثل کا استعمال کرتے ہوئے مندرجہ ذیل مربعوں کو معلوم کیجیے۔

(i) $(b-7)^2$ (ii) $(xy+3z)^2$ (iii) $(6x^2-5y)^2$

(iv) $\left(\frac{2}{3}m+\frac{3}{2}n\right)^2$ (v) $(0.4p-0.5q)^2$ (vi) $(2xy+5y)^2$

.4 آسان کیجیے۔

(i) $(a^2-b^2)^2$ (ii) $(2x+5)^2-(2x-5)^2$

(iii) $(7m-8n)^2+(7m+8n)^2$ (iv) $(4m+5n)^2+(5m+4n)^2$

(v) $(2.5p-1.5q)^2-(1.5p-2.5q)^2$

(vi) $(ab+bc)^2-2ab^2c$ (vii) $(m^2-n^2m)^2+2m^3n^2$

.5 ظاہر کیجیے کہ

(i) $(3x+7)^2-84x=(3x-7)^2$ (ii) $(9p-5q)^2+180pq=(9p+5q)^2$

(iii) $\left(\frac{4}{3}m-\frac{3}{4}n\right)^2+2mn=\frac{16}{9}m^2-\frac{9}{16}n^2$

.9 کثیر رکنی کو دو رکنی (یا سہ رکنی) سے ضرب کرنے کے لیے ہم رکن کو رکن سے ضرب کرتے ہیں، یعنی کثیر رکنی کا ہر رکن دو رکنی (یا سہ رکنی) کے ہر رکن سے ضرب کیا جاتا ہے۔ غور کیجیے کہ اس طرح سے ضرب میں حاصل ضرب کے یکساں ارکان حاصل ہو سکتے ہیں اور انھیں یکجا کرنا پڑتا ہے۔

.10 تماثل ایک ایسی برابری ہے جو متغیر کی سبھی قدروں کے لیے درست ہوتی ہے جب کہ مساوات متغیر کی کچھ مخصوص قدروں کے لیے درست ہوتی ہے۔ مساوات تماثل نہیں ہے۔

.11 مندرجہ ذیل معیاری تماثلات ہیں:

$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ (I)

$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ (II)

$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$ (III)

.12 دوسرا اہم تماثل ہے $(x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab$ (IV)

.13 مذکورہ بالا چار تماثلات الجبری عبارتوں کا حاصل ضرب معلوم کرنے اور مربع معلوم کرنے میں مددگار رہوتی ہیں۔ یہ تماثلات ہمیں اعداد کا حاصل ضرب معلوم کرنے کے لیے ایک آسان متبادل طریقے سے روشناس کراتی ہیں۔