باب
6

مربع اور جذر المربع

6.1 تعارف

آپ جانتے ہیں کہ مربع کا رقبہ = ضلع × ضلع (یہاں ضلع کا مطلب ضلع کی لمبائی ہے)۔ مندرجہ ذیل جدول کا مطالعہ کیجیے۔

مربع کا ضلع (سینٹی میٹر میں)	مربع کا رقبہ (مربع سینٹی میٹر میں)
1	$1 \times 1 = 1 = 1^2$
2	$2 \times 2 = 4 = 2^2$
3	$3 \times 3 = 9 = 3^2$
5	$5 \times 5 = 25 = 5^2$
8	$8 \times 8 = 64 = 8^2$
a	$a \times a = a^2$

اعداد 4، 9، 25، 64 اور اسی طرح کے دوسرے اعداد میں کیا خاص بات ہے؟

چوں کہ 4 کو $2 \times 2 = 2^2$ اور 9 کو $3 \times 3 = 3^2$ کی شکل میں ظاہر کیا جا سکتا ہے۔ اس لیے اس قسم کے سبھی اعداد کو یکساں عدد حاصل ضرب کی شکل میں ظاہر کرتے ہیں۔

اس قسم کے اعداد جیسے 1، 4، 9، 16، 25......کو **مربع اعداد** کہتے ہیں۔

عام طور پر، اگر ایک فطری (طبعی) عدد m کو n^2 سے ظاہر کیا جاتا ہے جہاں n بھی ایک طبعی عدد ہے تب m **ایک مربع عدد** ہے۔ کیا 32 ایک مربع عدد ہے؟

ہم جانتے ہیں کہ $5^2 = 25$ اور $6^2 = 36$ ہوتا ہے۔ اگر 32 ایک مربع عدد ہے تو یہ ایک طبعی عدد کا مربع ہونا چاہیے جو 5 اور 6 کے درمیان ہو۔ لیکن 5 اور 6 کے درمیان کوئی طبعی عدد نہیں ہے۔

اس لیے 32 ایک مربع عدد نہیں ہے۔

مندرجہ ذیل اعداد اور ان کے مربعوں کے بارے میں غور کیجیے۔

درج بالا جدول میں مربع اعداد کا مطالعہ کیجیے۔ مربع اعداد کا آخری ہندسہ (یعنی اکائی کا ہندسہ) کون سا ہے؟ یہ سبھی اعداد اکائی کی جگہ پر 0، 1، 4، 5، 6 یا 9 پر ختم ہوتے ہیں۔ اس میں سے کوئی بھی عدد 2، 3، 7 یا 8 پر ختم نہیں ہوتا ہے۔

کیا ہم یہ کہہ سکتے ہیں کہ اگر ایک عدد 0، 1، 4، 5، 6 یا 9 پر ختم ہوتا ہے تو وہ ایک مربع عدد ہوگا؟ اس کے بارے میں غور کیجیے۔

کوشش کیجیے

1. کیا ہم مندرجہ ذیل اعداد کو کامل مربع اعداد کہہ سکتے ہیں؟ ہمیں یہ کس طرح معلوم ہوتا ہے؟

(i) 1057   (ii) 23453   (iii) 7928

(iv) 222222   (v) 1069   (vi) 2061

پانچ ایسے اعداد لکھیے جن کے اکائی کے ہندسہ کو دیکھ کر آپ بتا سکیں کہ یہ اعداد کامل مربع اعداد نہیں ہیں۔

2. پانچ ایسے اعداد لکھیے جن کے اکائی کے ہندسہ کو دیکھ کر آپ یہ نہ بتا سکیں کہ یہ اعداد کامل مربع ہیں یا نہیں۔

- مندرجہ ذیل جدول میں دیے گئے اعداد اور ان کے مربعوں پر غور کیجیے اور دونوں میں اکائی کی جگہ کی جانچ کیجیے۔

جدول 1

مربع	عدد	مربع	عدد	مربع	عدد
441	21	121	11	1	1
484	22	144	12	4	2
529	23	169	13	9	3
576	24	196	14	16	4
625	25	225	15	25	5
900	30	256	16	36	6
1225	35	289	17	49	7
1600	40	324	18	64	8
2025	45	361	19	81	9
2500	50	400	20	100	10

اعداد	مربع
1	$1 \times 1 = 1$
2	$2 \times 2 = 4$
3	$3 \times 3 = 9$
4	$4 \times 4 = 16$
5	$5 \times 5 = 25$
6	-----------
7	-----------
8	-----------
9	-----------
10	-----------

کیا ہم درج بالا جدول سے 1 سے 100 تک کے درمیان کے مربع اعداد لکھ سکتے ہیں؟ کیا 100 تک کوئی طبعی مربع عدد چھوٹ گیا ہے؟

آپ دیکھیں گے کہ باقی سبھی اعداد مربع اعداد نہیں ہیں۔

اعداد 1، 4، 9، 16 مربع اعداد ہیں۔ یہ اعداد **کامل مربع اعداد** کہلاتے ہیں۔

کوشش کیجیے

1. دیے گئے اعداد کے درمیان کامل مربع اعداد معلوم کیجیے۔ (i) 30 اور 40 (ii) 50 اور 60

6.2 مربع اعداد کی خصوصیات

مندرجہ ذیل جدول میں 1 سے 20 تک کے مربع اعداد کو ظاہر کیا گیا ہے۔

عدد	مربع	عدد	مربع
1	1	11	121
2	4	12	144
3	9	13	169
4	16	14	196
5	25	15	225
6	36	16	256
7	49	17	289
8	64	18	324
9	81	19	361
10	100	20	400

- مندرجہ ذیل اعداد اور ان کے مربعوں پر غور کیجیے۔

ہمارے پاس ایک صفر ہے

$$\left\{\begin{array}{l} 10^2 = 100 \\ 20^2 \quad 400 \\ 80^2 = 6400 \end{array}\right\}$$

لیکن ہمارے پاس دو صفر ہیں

ہمارے پاس دو صفر ہیں

$$\left\{\begin{array}{l} 100^2 - 10000 \\ 200^2 = 40000 \\ 700^2 - 490000 \\ 900^2 = 810000 \end{array}\right\}$$

لیکن ہمارے پاس چار صفر ہیں

اگر ایک عدد کے آخر میں 3 صفر ہیں تو اس کے مربع کے آخر میں کتنے صفر ہوں گے؟

کیا آپ نے عدد کے آخر میں صفر کی تعداد اور اس کے مربع کے آخر میں صفر کی تعداد پر غور کیا ہے؟

کیا ہم یہ کہہ سکتے ہیں کہ مربع اعداد کے آخر میں صفر کی تعداد جفت عدد ہی ہو سکتی ہے؟

- اعداد اور ان کے مربعوں کے لیے جدول 1 دیکھیے۔

جفت اعداد کے مربعوں اور طاق اعداد کے مربعوں کے بارے میں آپ کی کیا رائے ہے؟

کوشش کیجیے

1. مندرجہ ذیل میں سے کن اعداد کے مربع میں طاق عدد یا جفت عدد ہوگا؟ کیوں؟

(i) 727 (ii) 158 (iii) 269 (iv) 1980

2. مندرجہ ذیل اعداد کے مربعوں میں صفر کی تعداد کیا ہوگی؟

(i) 60 (ii) 400

6.3 کچھ اور دلچسپ نمونے

1. مثلثی اعداد کی جمع

کیا آپ کو مثلثی اعداد یاد ہیں (وہ اعداد جن کے نقطوں کے نمونوں کو مثلث کی شکل میں ظاہر کیا جا سکتا ہے)؟

```
*        *         *          *            *
         * *       * *        * *          * *
                   * * *      * * *        * * *
                              * * * *      * * * *
                                           * * * * *
1        3         6          10           15
```

مندرجہ ذیل مربع اعداد ہندسہ 1 پر ختم ہوتے ہیں۔

مربع	عدد
1	1
81	9
121	11
361	19
441	21

کوشش کیجیے

123^2، 77^2، 82^2، 161^2، 109^2 میں سے کون سے اعداد ہندسہ 1 پر ختم ہوتے ہیں؟

ان کے علاوہ اگلے دو مربع اعداد لکھیے جو 1 پر ختم ہوتے ہیں اور ان کے نظیری اعداد بھی لکھیے۔

آپ دیکھیں گے کہ اگر کسی عدد کے اکائی کی جگہ پر 1 یا 9 ہو تب اس کے مربع عدد کے آخر میں 1 آتا ہے۔

- آیئے 6 پر ختم ہونے والے اعداد پر غور کریں:

مربع	عدد
16	4
36	6
196	14
256	16

کوشش کیجیے

درج ذیل میں سے کون سے عدد کے اکائی کی جگہ پر ہندسہ 6 آئے گا۔

(i) 19^2 (ii) 24^2 (iii) 26^2

(iv) 36^2 (v) 34^2

ہم دیکھتے ہیں کہ جب کوئی مربع عدد 6 پر ختم ہوتا ہے تو وہ جس عدد کا مربع ہے اس کے اکائی کا ہندسہ 4 یا 6 ہو گا۔

کیا آپ جدول (جدول 1) میں دیے گئے اعداد اور ان کے مربعوں کے مشاہدے کی مدد سے کچھ اور اصول معلوم کر سکتے ہیں؟

کوشش کیجیے

مندرجہ ذیل اعداد کے مربعوں میں ان کے ''ایک اکائی'' کی جگہ پر کیا ہوگا؟

(i) 1234 (ii) 26387 (iii) 52698 (iv) 99880

(v) 21222 (vi) 9106

6^2 اور 7^2 پر غور کیجیے۔ کیا آپ 6^2 اور 7^2 کے درمیان اعداد کی تعداد بتا سکتے ہیں؟

اگر ہم کوئی طبعی عدد n اور $(n+1)$ لیتے ہیں تو

$$(n+1)^2 - n^2 = (n^2 + 2n + 1) - n^2 = 2n + 1$$

ہم n^2 اور $(n+1)^2$ کے درمیان $2n$ اعداد پاتے ہیں جو دو مربع اعداد کے فرق سے 1 کم ہے

لہٰذا ہم یہ کہہ سکتے ہیں کہ دو مربع اعداد n اور $(n+1)$ کے درمیان $2n$ اعداد ہوتے ہیں جو مربع اعداد نہیں ہیں۔

جانچ کے لیے $n = 5$، n = 6 لیجیے اور تصدیق کیجیے۔

کوشش کیجیے

1. 9^2 اور 10^2 کے درمیان کتنے طبعی اعداد ہیں؟ 11^2 اور 12^2 کے درمیان کتنے طبعی اعداد ہیں؟
2. مندرجہ ذیل اعداد کے جوڑوں کے درمیان کتنے اعداد ایسے ہیں جو مربع اعداد نہیں ہیں۔

(i) 100^2 اور 101^2 (ii) 90^2 اور 91^2 (iii) 1000^2 اور 1001^2

3. طاق اعداد کا حاصل جمع

مندرجہ ذیل پر غور کیجیے

1 [ایک طاق عدد] $= 1 = 1^2$

$1 + 3$ [پہلے دو طاق اعداد کا حاصل جمع] $= 4 = 2^2$

$1 + 3 + 5$ [پہلے تین طاق اعداد کا حاصل جمع] $= 9 = 3^2$

$1 + 3 + 5 + 7$ [....] $= 16 = 4^2$

$1 + 3 + 5 + 7 + 9$ [....] $= 25 = 5^2$

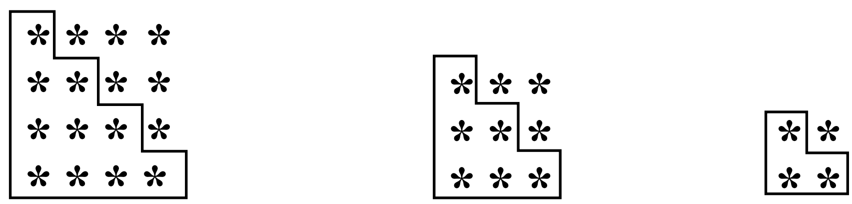
$1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11$ [....] $= 36 = 6^2$

اس لیے، ہم کہہ سکتے ہیں کہ پہلے n طاق طبعی اعداد کا حاصل جمع n^2 ہے۔

اسے الگ ڈھنگ سے دیکھتے ہوئے ہم کہہ سکتے ہیں کہ اگر ایک عدد مربع عدد ہے تو وہ لازمی طور پر 1 سے شروع ہونے والے لگاتار طاق اعداد کا حاصل جمع ہے۔

اب ان اعداد پر غور کیجیے جو کامل مربع نہیں ہیں جیسے 2، 3، 5، 6.....۔ کیا آپ ان اعداد کو تمام طاق طبعی اعداد کے حاصل جمع کی شکل میں 1 سے شروع کر کے لکھ سکتے ہیں؟ آپ پائیں گے کہ ان اعداد کو اس طرح نہیں لکھا جا سکتا ہے۔

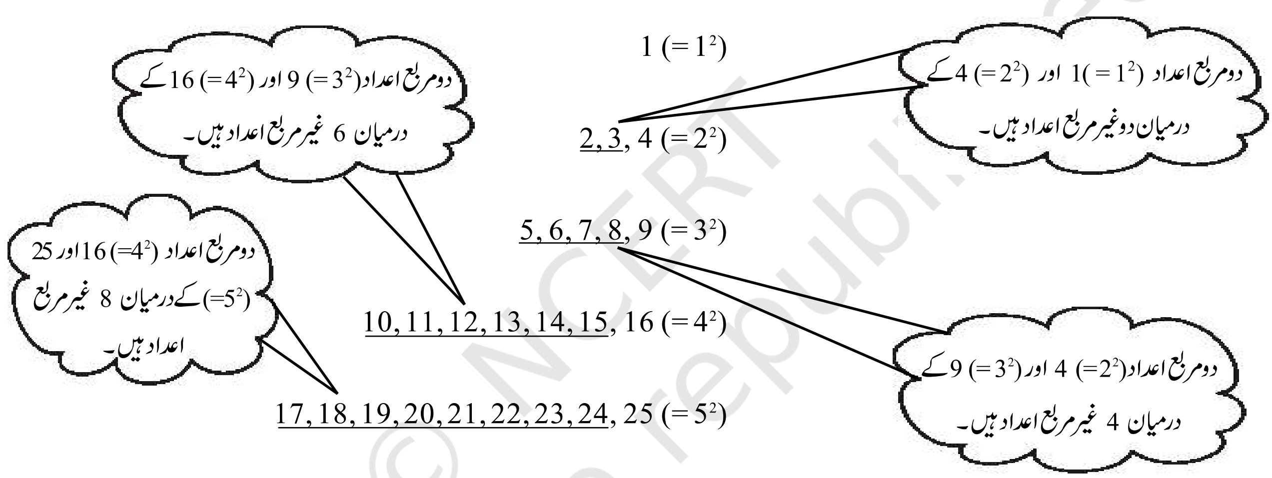
اگر ہم دولگاتار مثلثی اعداد کو آپس میں جمع کریں تو ہمیں ایک مربع عدد حاصل ہوتا ہے جیسے



$1 + 3 = 4 = 2^2$ $3 + 6 = 9 = 3^2$ $6 + 10 = 16 = 4^2$

2. مربع اعداد کے درمیان اعداد

آیئے اب ہم دیکھیں کہ دولگاتار مربع اعداد کے درمیان کچھ دلچسپ نمونے تلاش کیے جاسکتے ہیں۔



$1^2(=1)$ اور $2^2(=4)$ کے درمیان میں دو (یعنی 2×1) اعداد 2، 3 ہیں جو مربع اعداد نہیں ہیں۔

$2^2(=4)$ اور $3^2(=9)$ کے درمیان میں چار (یعنی 2×2) اعداد 5، 6، 7، 8 ہیں جو مربع اعداد نہیں ہیں۔

اب $3^2 = 9$ ، $4^2 = 16$

اس لیے، $4^2 - 3^2 = 16 - 9 = 7$

یہاں 9 $(=3^2)$ اور 16 $(=4^2)$ کے درمیان 6 اعداد 10، 11، 12، 13، 14، 15 ہیں جو مربع اعداد نہیں ہیں، یہ دونوں مربعوں کے فرق سے 1 کم ہے۔

ہمارے پاس $4^2 = 16$ اور $5^2 = 25$ ہے۔

اس لیے، $5^2 - 4^2 = 9$

یہاں 16 $(=4^2)$ اور 25 $(=5^2)$ کے درمیان 17، 18،.....،24 آٹھ اعداد ہیں جو مربع اعداد نہیں ہیں، یہ دو مربعوں کے فرق سے 1 کم ہے۔

5. دو لگاتار طاق یا جفت طبعی اعداد کا حاصل ضرب

$11 \times 13 = 143 = 12^2 - 1$

اسی طرح $11 \times 13 = (12 - 1) \times (12 + 1)$

اس لیے $11 \times 13 = (12 - 1) \times (12 + 1) = 12^2 - 1$

اسی طرح $13 \times 15 = (14 - 1) \times (14 + 1) = 14^2 - 1$

$29 \times 31 = (30 - 1) \times (30 + 1) = 30^2 - 1$

$44 \times 46 = (45 - 1) \times (45 + 1) = 45^2 - 1$

اس لیے عمومی طور پر ہم یہ کہہ سکتے ہیں کہ $(a + 1) \times (a - 1) = a^2 - 1$

6. مربع اعداد کے کچھ اور نمونے

اعداد کے مربعوں کا مشاہدہ کیجیے؛ 1، 11، 111... وغیرہ۔ یہ ایک خوبصورت نمونہ بناتے ہیں:

$1^2 =$ 1

$11^2 =$ 1 2 1

$111^2 =$ 1 2 3 2 1

$1111^2 =$ 1 2 3 4 3 2 1

$11111^2 =$ 1 2 3 4 5 4 3 2 1

$11111111^2 =$ 1 2 3 4 5 6 7 8 7 6 5 4 3 2 1

ایک دوسرا دلچسپ نمونہ دیکھیے

$7^2 = 49$

$67^2 = 4489$

$667^2 = 444889$

$6667^2 = 44448889$

$66667^2 = 4444488889$

$666667^2 = 444444888889$

ایسا کیوں ہوتا ہے یہ جاننا پرلطف ہوسکتا ہے۔ اس طرح کے سوالوں کے بارے میں چھان بین کرنا اور سوچنا آپ کے لیے دلچسپ ہوگا بھلے ہی ایسے جواب کچھ برسوں بعد ملیں۔

کوشش کیجیے

مذکورہ بالا نمونے کی مدد سے مربع اعداد لکھیے

(i) 111111^2 (ii) 1111111^2

کوشش کیجیے

کیا آپ مندرجہ بالا نمونے کا استعمال کرتے ہوئے ان اعداد کا مربع معلوم کر سکتے ہیں؟

(i) 6666667^2 (ii) 66666667^2

عدد 25 کو لیجیے۔اس میں سے 1، 3، 5، 7، 9 .... کو سلسلے وار گھٹائیے

(i) $25 - 1 = 24$ (ii) $24 - 3 = 21$ (iii) $21 - 5 = 16$ (iv) $16 - 7 = 9$

(v) $9 - 9 = 0$

یعنی $9 + 7 + 5 + 3 + 1 = 25$ ہے لہٰذا 25 کامل مربع عدد ہے۔

اب ایک دوسرے عدد 38 کو لیجیے اور دوبارہ اوپر جیسا ہی عمل کیجیے۔

(i) $38 - 1 = 37$ (ii) $37 - 3 = 34$ (iii) $34 - 5 = 29$ (iv) $29 - 7 = 22$

(v) $22 - 9 = 13$ (vi) $13 - 11 = 2$ (vii) $2 - 13 = -11$

اس سے معلوم ہوتا ہے کہ 38 کو ایک سے شروع ہونے والا لگاتار طاق اعداد کے حاصل جمع کی شکل میں ہم نہیں لکھ سکتے ہیں اور 38 کامل مربع عدد بھی نہیں ہے۔

اس لیے ہم یہ بھی کہہ سکتے ہیں کہ اگر کوئی طبعی عدد **1** سے شروع ہونے والے لگاتار طاق اعداد کے حاصل جمع کی شکل میں ظاہر نہیں ہو سکتا تو وہ عدد مربع عدد نہیں ہے۔

کوئی عدد کامل مربع ہے یا نہیں یہ جاننے کے لیے اس نتیجے کا استعمال کر سکتے ہیں۔

کوشش کیجیے

معلوم کیجیے کہ مندرجہ ذیل ہر عدد کامل مربع ہے یا نہیں؟

(i) 121 (ii) 55 (iii) 81

(iv) 49 (v) 69

4. لگاتار طبعی اعداد کا حاصل جمع

مندرجہ ذیل پر غور کیجیے

$3^2 = 9 = 4 + 5$

پہلا عدد $= \frac{3^2 - 1}{2}$

دوسرا عدد $= \frac{3^2 - 1}{2}$

$5^2 = 25 = 12 + 13$

$7^2 = 49 = 24 + 25$

$9^2 = 81 = 40 + 41$

$11^2 = 121 = 60 + 61$

$15^2 = 225 = 112 + 113$

واہ! ہم کسی بھی طاق عدد کے مربع کو دو لگاتار مثبت صحیح اعداد کے حاصل جمع کی شکل میں ظاہر کر سکتے ہیں۔

کوشش کیجیے

1. مندرجہ ذیل اعداد کو دو لگاتار صحیح اعداد کے حاصل جمع کی شکل میں لکھیے۔

(i) 21^2 (ii) 13^2 (iii) 11^2 (iv) 19^2

2. کیا آپ سوچتے ہیں کہ اس کا برعکس بھی صحیح ہوگا یعنی کیا دو لگاتار مثبت صحیح اعداد کا حاصل جمع ایک کامل مربع ہوتا ہے؟ اپنے جواب کے حق میں ایک مثال دیجیے۔

7. جمع کا عمل کیے بغیر حاصل جمع معلوم کیجیے۔

(i) $1+3+5+7+9$

(ii) $1+3+5+7+9+11+13+15+17+19$

(iii) $1+3+5+7+9+11+13+15+17+19+21+23$

8. (i) 49 کو 7 طاق اعداد کے حاصل جمع کی شکل میں لکھیے۔

(ii) 121 کو 11 طاق اعداد کے حاصل جمع کی شکل میں لکھیے۔

9. مندرجہ ذیل اعداد کے مربعوں کے درمیان کتنے اعداد ہیں؟

(i) 12 اور 13   (ii) 25 اور 26   (iii) 99 اور 100

6.4 کسی عدد کا مربع معلوم کرنا

چھوٹے اعداد جیسے 3، 4، 5، 6، 7.....وغیرہ کا مربع معلوم کرنا آسان ہے۔کیا ہم 23 کا مربع آسانی سے معلوم کرسکتے ہیں؟

اس کا جواب اتنا آسان نہیں ہے۔ہمیں 23 کو 23 سے ضرب کرنے کی ضرورت ہے۔

اسے حاصل کرنے کا ایک اور طریقہ ہے جو 23×23 ضرب کے بغیر ہی حاصل ہوتا ہے۔

ہم جانتے ہیں کہ $23 = 20 + 3$

اس لیے $23^2 = (20+3)^2 = 20\,(20+3) + 3\,(20+3)$

$= 20^2 + 20 \times 3 + 3 \times 20 + 3^2$

$= 400 + 60 + 60 + 9 = 529$

مثال 1 : مندرجہ ذیل اعداد کا مربع بغیر ضرب کیے معلوم کیجیے۔

(i) 39   (ii) 42

حل (i) $39^2 = (30+9)^2 = 30\,(30+9) + 9\,(30+9)$

$= 30^2 + 30 \times 9 + 9 \times 30 + 9^2$

$= 900 + 270 + 270 + 81 = 1521$

(ii) $42^2 = (40+2)^2 = 40\,(40+2) + 2\,(40+2)$

$= 40^2 + 40 \times 2 + 2 \times 40 + 2^2$

$= 1600 + 80 + 80 + 4 = 1764$

مشق 6.1

.1 مندرجہ ذیل اعداد کے مربعوں کے اکائی کے ہندسے کیا ہوں گے؟

(i) 81 (ii) 272 (iii) 799 (iv) 3853 (v) 1234

(vi) 26387 (vii) 52698 (viii) 99880 (ix) 12796 (x) 55555

.2 مندرجہ ذیل اعداد یقینی طور پر کامل مربع اعداد نہیں ہیں۔ اس کی وجہ بتائیے۔

(i) 1057 (ii) 23453 (iii) 7928 (iv) 222222

(v) 64000 (vi) 89722 (vii) 222000 (viii) 505050

.3 مندرجہ ذیل اعداد میں سے کس عدد کا مربع طاق عدد ہوگا؟

(i) 431 (ii) 2826 (iii) 7779 (iv) 82004

.4 مندرجہ ذیل کا مشاہدہ کیجیے اور خالی جگہوں کو پُر کیجیے۔

$11^2 = 121$

$101^2 = 10201$

$1001^2 = 1002001$

$100001^2 = 1 \ldots\ldots\ldots 2 \ldots\ldots\ldots 1$

$10000001^2 = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

.5 مندرجہ ذیل نمونوں کا مشاہدہ کیجیے اور خالی جگہوں کو پُر کیجیے۔

$11^2 = 1\ 2\ 1$

$101^2 = 1\ 0\ 2\ 0\ 1$

$10101^2 = 102030201$

$1010101^2 = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

$\ldots\ldots\ldots\ldots^2 = 10203040504030201$

.6 دیے گئے نمونوں کا استعمال کرتے ہوئے خالی جگہوں کو پُر کیجیے۔

$1^2 + 2^2 + 2^2 = 3^2$

$2^2 + 3^2 + 6^2 = 7^2$

$3^2 + 4^2 + 12^2 = 13^2$

$4^2 + 5^2 + \_^2 = 21^2$

$5^2 + \_^2 + 30^2 = 31^2$

$6^2 + 7^2 + \_^2 = \_\_^2$

> **نمونہ معلوم کیجیے**
> تیسرا عدد پہلے اور دوسرے سے متعلق ہے۔ کس طرح؟
> چوتھا عدد تیسرے عدد سے متعلق ہے۔ کس طرح؟

اس لیے $m^2 = 8 + 1 = 9$

ہمیں حاصل ہوتا ہے $m = 3$

اس لیے $2m = 6$ اور $m^2 + 1 = 10$

اس لیے 6، 8، 10 ایک ثلاثہ ہے لیکن 8 سب سے چھوٹا عدد نہیں ہے۔

اس لیے، ہم لیتے ہیں $2m = 8$

تب $m = 4$

ہم پاتے ہیں $m^2 - 1 = 16 - 1 = 15$

اور $m^2 + 1 = 16 + 1 = 17$

اس لیے 8، 15، 17 ایک ایسا ثلاثہ ہے جہاں 8 سب سے چھوٹا عدد ہے۔

مثال 3 : ایک فیثا غورثی ثلاثہ معلوم کیجیے جس کا ایک عدد 12 ہو۔

حل : اگر ہم لیتے ہیں $m^2 - 1 = 12$

تب $m^2 = 12 + 1 = 13$

یہاں m کی قیمت صحیح عدد نہیں ہے۔

اس لیے ہم $m^2 + 1 = 12$ لے کر کوشش کرتے ہیں۔ یہاں $m^2 = 11$ ہے، اس سے بھی m کی قیمت صحیح عدد حاصل نہیں ہوتی۔

اس لیے ہم لیتے ہیں $2m = 12$

تب $m = 6$

اس طرح $m^2 - 1 = 36 - 1 = 35$ اور $m^2 + 1 = 36 + 1 = 37$

اس لیے مطلوبہ ثلاثہ 12، 35، 37 ہے۔

نوٹ: اس ضابطے کا استعمال کرتے ہوئے سبھی فیثا غورثی ثلاثہ حاصل نہیں کیے جاسکتے۔ مثال کے طور پر دوسرے ثلاثہ 5، 12، 13 میں بھی 12 ایک رکن ہے۔

مشق 6.2

.1 مندرجہ ذیل اعداد کا مربع معلوم کیجیے۔

(i) 32 (ii) 35 (iii) 86 (iv) 93

(v) 71 (vi) 46

.2 فیثا غورثی ثلاثہ لکھیے جس کا ایک رکن ہو

(i) 6 (ii) 14 (iii) 16 (iv) 18

6.4.1 مربع کے دوسرے نمونے

مندرجہ ذیل نمونے کو دیکھیے:

$25^2 = 625 = (2 \times 3)$ سیکڑے $+25$

$35^2 = 1225 = (3 \times 4)$ سیکڑے $+25$

$75^2 = 5625 = (7 \times 8)$ سیکڑے $+25$

$125^2 = 15625 = (12 \times 13)$ سیکڑے $+25$

اب کیا آپ 95 کا مربع حاصل کر سکتے ہیں؟

ایک ایسا عدد لیجیے جس کے اکائی کا ہندسہ 5 ہو، مثلاً $a5$

$(a5)^2 = (10a+5)^2$

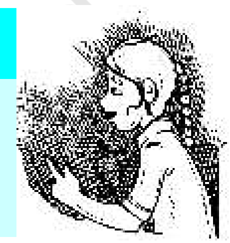
$= 10a\ (10a+5) + 5\ (10a+5)$

$= 100a^2 + 50a + 50a + 25$

$= 100a\ (a+1) + 25$

$= a\ (a+1)$ سیکڑہ $+25$

کوشش کیجیے



مندرجہ ذیل اعداد کے مربعے معلوم کیجیے جن کے اکائی کا ہندسہ 5 ہو۔

(i) 15   (ii) 95   (iii) 105   (iv) 205

6.4.2 فیثا غورثی ثلاثہ

مندرجہ ذیل پر غور کیجیے

$3^2 + 4^2 = 9 + 16 = 25 = 5^2$

اعداد 3، 4 اور 5 کے گروپ کو فیثا غورثی ثلاثہ کہتے ہیں۔ 6، 8، 10 بھی فیثا غورثی ثلاثہ ہیں، اسی طرح

$6^2 + 8^2 = 36 + 64 = 100 = 10^2$

ایک مرتبہ پھر مشاہدہ کیجیے کہ

$5^2 + 12^2 = 25 + 144 = 169 = 13^2$ ہے۔ اعداد 5، 12، 13 ایسے ہی دوسرے ثلاثے قائم کرتے ہیں۔

کیا آپ اسی طرح کے کچھ اور ثلاثہ حاصل کر سکتے ہیں؟

کسی طبعی عدد $m > 1$ کے لیے، ہم پاتے ہیں $(2m)^2 + (m^2-1)^2 = (m^2+1)^2$

اس لیے $2m$، m^2-1 اور m^2+1 فیثا غورثی ثلاثہ ہوتے ہیں۔

اس طریقے کا استعمال کرتے ہوئے مزید فیثا غورثی ثلاثہ حاصل کیجیے۔

مثال 2 : ایک فیثا غورثی ثلاثہ لکھیے جس کا سب سے چھوٹا عدد 8 ہے۔

حل : عام شکل $2m$، m^2-1، m^2+1 سے ہم فیثا غورث ثلاثہ حاصل کر سکتے ہیں۔

ہم پہلے لیتے ہیں $m^2 - 1 = 8$

ہمارے پاس ہے، $1^2 = 1$ اس لیے 1 کا جذرالمربع 1 ہے۔

$2^2 = 4$، اس لیے 4 کا جذرالمربع 2 ہے۔

$3^2 = 9$، اس لیے 9 کا جذرالمربع 3 ہے۔

چوں کہ $9^2 = 81$

اور $(-9)^2 = 81$

ہم کہہ سکتے ہیں کہ 81 کا جذرالمربع 9 اور –9 ہے

کوشش کیجیے

(i) $11^2 = 121$ ہے تو 121 کا جذرالمربع کیا ہے؟

(ii) $14^2 = 196$ ہے تو 196 کا جذرالمربع کیا ہے؟

سوچیے، بحث کیجیے اور لکھیے

$(-1)^2 = 1$ ہے۔ کیا 1 کا جذرالمربع –1 ہے؟

$(-2)^2 = 4$ ہے۔ کیا 4 کا جذرالمربع –2 ہے؟

$(-9)^2 = 81$ ہے۔ کیا 81 کا جذرالمربع –9 ہے؟

درج بالا کے مطابق آپ کہہ سکتے ہیں کہ کسی کامل مربع عدد کے دو صحیح جذرالمربع ہوتے ہیں۔ اس باب میں ہم طبعی عدد کے صرف مثبت جذرالمربع سے بحث کریں گے۔ مثبت جذرالمربع عدد کو علامت $\sqrt{\ }$ سے ظاہر کرتے ہیں۔

مثال کے طور پر : $\sqrt{4} = 2$ (–2 نہیں)؛ $\sqrt{9} = 3$ (–3 نہیں) وغیرہ۔

بیان	نتیجہ
$1^2 = 1$	$\sqrt{1} = 1$
$2^2 = 4$	$\sqrt{4} = 2$
$3^2 = 9$	$\sqrt{9} = 3$
$4^2 = 16$	$\sqrt{16} = 4$
$5^2 = 25$	$\sqrt{25} = 5$

بیان	نتیجہ
$6^2 = 36$	$\sqrt{36} = 6$
$7^2 = 49$	$\sqrt{49} = 7$
$8^2 = 64$	$\sqrt{64} = 8$
$9^2 = 81$	$\sqrt{81} = 9$
$10^2 = 100$	$\sqrt{100} = 10$

6.5.2 مسلسل تفریق کے عمل سے جذرالمربع معلوم کرنا

کیا آپ کو یاد ہے کہ پہلے n طاق اعداد کا حاصل جمع n^2 ہوتا ہے؟ اس لیے ہر ایک مربع عدد کو 1 سے شروع کرنے سے لگاتار طاق طبعی اعداد کے حاصل جمع کی شکل میں ظاہر کیا جا سکتا ہے۔

$\sqrt{81}$ پر غور کیجیے۔ تب،

(i) $81 - 1 = 80$ (ii) $80 - 3 = 77$ (iii) $77 - 5 = 72$ (iv) $72 - 7 = 65$

6.5 جذرالمربع

مندرجہ ذیل صورتِ حال کا مطالعہ کیجیے۔

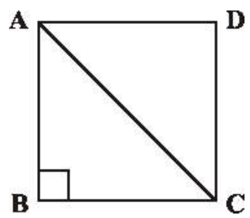
(a) مربع کا رقبہ 144 مربع سینٹی میٹر ہے۔ مربع کا ضلع کیا ہوگا؟

ہم جانتے ہیں کہ ایک مربع کا رقبہ = مربع ضلع ہے۔

اگر ہم ضلع کی لمبائی کی قیمت 'a' مان لیں تب $144 = a^2$

ضلع کی لمبائی معلوم کرنے کے لیے ضروری ہے کہ ایک ایسا عدد معلوم کیا جائے جس کا مربع 144 ہو۔

(b) ایک مربع کا ضلع 8 سینٹی میٹر ہے۔ اس کے وتر کی لمبائی کیا ہوگی (شکل 6.1)؟



شکل 6.1

کیا ہم فیثا غورث کا مسئلہ استعمال کر کے اسے حل کر سکتے ہیں؟

ہمارے پاس ہے $AB^2 + BC^2 = AC^2$

یعنی $8^2 + 8^2 = AC^2$

یا $64 + 64 = AC^2$

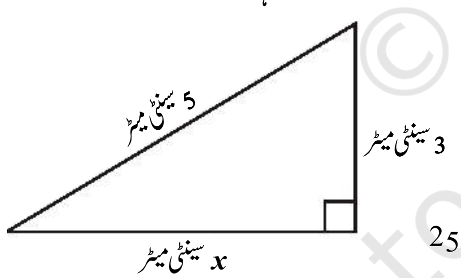
یا $128 = AC^2$

اس طرح AC حاصل کرنے کے لیے ہمیں ایک ایسا عدد منتخب کرنا ہوگا جس کا مربع 128 ہو۔

(c) ایک قائم زاوئی مثلث میں وتر اور ایک ضلع کی لمبائی بالترتیب 5 سینٹی میٹر اور 3 سینٹی میٹر ہے (شکل 6.2)۔

کیا آپ تیسرا ضلع معلوم کر سکتے ہیں؟

مان لیجیے کہ تیسرے ضلع کی لمبائی x سینٹی میٹر ہے۔



شکل 6.2

فیثا غورث کے مسئلہ کے استعمال سے $5^2 = x^2 + 3^2$

$25 - 9 = x^2$

$16 = x^2$

x کی قیمت معلوم کرنے کے لیے ہمیں ایسے عدد کی ضرورت ہے جس کا مربع 16 ہے۔

مندرجہ بالا کسی حالت میں ہمیں ایک عدد دریافت کرنے کی ضرورت ہے جس کا مربع معلوم ہو۔ اس عدد کے دریافت کرنے کو جذرالمربع معلوم کرنا کہتے ہیں۔

6.5.1 جذرالمربع معلوم کرنا

جمع کا معکوس عمل تفریق ہے اور ضرب کا معکوس عمل تقسیم ہے۔ اسی طرح جذرالمربع معلوم کرنا بھی مربع بنانے کا معکوس عمل ہے۔

مفرد اجزائے ضربی کے جوڑے بنانے پرہمیں حاصل ہوتا ہے

$$324 = \underline{2 \times 2} \times \underline{3 \times 3} \times \underline{3 \times 3} = 2^2 \times 3^2 \times 3^2 = (2 \times 3 \times 3)^2$$

اس لیے $\sqrt{324} = 2 \times 3 \times 3 = 18$

2	256
2	128
2	64
2	32
2	16
2	8
2	4
	2

اسی طرح، کیا آپ 256 کا جذرالمربع معلوم کرسکتے ہیں؟ 256 کے مفرد اجزائے ضربی حسب ذیل ہیں

$$256 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$$

مفرد اجزائے ضربی کے جوڑے بنانے پرہمیں حاصل ہوتا ہے،

$$256 = \underline{2 \times 2} \times \underline{2 \times 2} \times \underline{2 \times 2} \times \underline{2 \times 2} = (2 \times 2 \times 2 \times 2)^2$$

اس لیے $\sqrt{256} = 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 16$

کیا 48 ایک کامل مربع عدد ہے؟

ہم جانتے ہیں کہ $48 = \underline{2 \times 2} \times \underline{2 \times 2} \times 3$

یہاں سارے مفرد اجزائے ضربی جوڑوں کی شکل میں نہیں ہیں اس لیے 48 ایک کامل مربع نہیں ہے؟

فرض کیجیے آپ 48 کا سب سے چھوٹا ضعف معلوم کرنا چاہتے ہیں جو ایک کامل مربع ہے۔ اسے کیسے معلوم کریں گے؟ 48 کے مفرد اجزائے ضربی کے جوڑے بنانے پر ہم دیکھتے ہیں کہ صرف 3 ایسا عدد ہے جو جوڑوں میں نہیں ہے۔ اس لیے ہمیں جوڑے کو پورا کرنے کے لیے 3 سے ضرب کرنا پڑے گا۔

اس لیے $48 \times 3 = 144$ ایک کامل مربع ہے۔

کیا آپ کہہ سکتے ہیں کہ 48 کو کس عدد سے تقسیم کریں کہ کامل مربع عدد حاصل ہو جائے؟

جزو ضربی 3 جوڑے میں نہیں ہے اس لیے ہم 48 کو اگر 3 سے تقسیم کریں تو ہمیں $48 \div 3 = 16 = \underline{2 \times 2} \times \underline{2 \times 2}$ حاصل ہوگا اور یہ عدد 16 ہے جو کامل مربع ہے۔

2	6400
2	3200
2	1600
2	800
2	400
2	200
2	100
2	50
5	25
	5

مثال 4 : 6400 کا جذرالمربع معلوم کیجیے۔

حل : لکھیے $6400 = \underline{2 \times 2} \times \underline{2 \times 2} \times \underline{2 \times 2} \times \underline{2 \times 2} \times \underline{5 \times 5}$

اس لیے $\sqrt{6400} = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 5 = 80$

مثال 5 : کیا 90 ایک کامل مربع ہے؟

2	90
3	45
3	15
	5

حل : ہم دیکھتے ہیں کہ $90 = 2 \times 3 \times 3 \times 5$

(v) $65 - 9 = 56$ (vi) $56 - 11 = 45$ (vii) $45 - 13 = 32$ (viii) $32 - 15 = 17$

(ix) $17 - 17 = 0$

عدد 1 سے شروع کر کے لگاتار طاق اعداد کو 81 سے گھٹانے پر 9واں رکن صفر حاصل ہوتا ہے۔

اس لیے $\sqrt{81} = 9$

کیا آپ اس طریقے کا استعمال کرتے ہوئے 729 کا جذر المربع معلوم کر سکتے ہیں؟ ہاں، لیکن اس میں کافی وقت لگے گا۔ آیئے ہم ایک آسان طریقے سے جذر المربع حاصل کرنے کی کوشش کریں۔

کوشش کیجیے

1 سے شروع کر کے لگاتار طاق اعداد کو بار بار گھٹانے کے طریقہ سے معلوم کیجیے کہ مندرجہ ذیل اعداد کامل مربع ہیں یا نہیں؟ اگر یہ اعداد کامل مربع ہیں تو ان کے جذر المربع معلوم کیجیے۔

(i) 121 (ii) 55 (iii) 36 (iv) 49 (v) 90

6.5.3 مفرد اجزائے ضربی کے ذریعہ جذر المربع معلوم کرنا

مندرجہ ذیل اعداد اور ان کے مربعوں کو مفرد اجزائے ضربی کی شکل میں لکھیے۔

ایک عدد کے مفرد اجزائے ضربی	اس مربع کے اجزائے ضربی
$6 = 2 \times 3$	$36 = 2 \times 2 \times 3 \times 3$
$8 = 2 \times 2 \times 2$	$64 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$
$12 = 2 \times 2 \times 3$	$144 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3$
$15 = 3 \times 5$	$255 = 3 \times 3 \times 5 \times 5$

6 کے مفرد اجزائے ضربی میں 2 کتنی مرتبہ آتا ہے؟ ایک مرتبہ۔ 36 کے مفرد اجزائے ضربی میں 2 کتنی مرتبہ آتا ہے؟ دو مرتبہ۔ اسی طرح غور کیجیے کہ 6 اور 36 میں 3 کتنی مرتبہ آتا ہے اور 8 اور 64 وغیرہ میں 2 کتنی مرتبہ آتا ہے۔

آپ دیکھیں گے کہ کسی عدد کے مربع میں مفرد اجزائے ضربی کی تعداد اس عدد کے مفرد جز ضربی کی تعداد کی دوگنا ہوتی ہے۔

$$\begin{array}{r|l} 2 & 324 \\ \hline 2 & 162 \\ \hline 3 & 81 \\ \hline 3 & 27 \\ \hline 3 & 9 \\ \hline & 3 \end{array}$$

آیئے ہم اس اصول کا استعمال کر کے 324 کا جذر المربع معلوم کرتے ہیں۔

ہم جانتے ہیں کہ 324 کا جذر المربع

$$324 = 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3$$

مشق 6.3

1. مندرجہ ذیل ہر عدد کے جذر المربع میں 'اکائی' کا ممکنہ ہندسہ کیا ہوسکتا ہے؟

(i) 9801 (ii) 99856 (iii) 998001 (iv) 657666025

2. تحسیب کیے بغیر ایسے اعداد معلوم کیجیے جو یقینی طور پر کامل مربع نہیں ہیں۔

(i) 153 (ii) 257 (iii) 408 (iv) 441

3. مسلسل تفریق کے طریقے سے 100 اور 169 کا جذر المربع معلوم کیجیے۔

4. مفرد اجزائے ضربی کے طریقے سے مندرجہ ذیل اعداد کا جذر المربع معلوم کیجیے۔

(i) 729 (ii) 400 (iii) 1764 (iv) 4096

(v) 7744 (vi) 9604 (vii) 5929 (viii) 9216

(ix) 529 (x) 8100

5. مندرجہ ذیل ہر عدد کے لیے وہ سب سے چھوٹا مکمل عدد معلوم کیجیے جس سے اس عدد کو ضرب کرنے پر وہ ایک کامل مربع عدد بن جائے۔ اس کامل مربع عدد کا جذر المربع بھی معلوم کیجیے۔

(i) 252 (ii) 180 (iii) 1008 (iv) 2028

(v) 1458 (vi) 768

6. مندرجہ ذیل اعداد میں ہر ایک کے لیے وہ سب سے چھوٹا مکمل عدد معلوم کیجیے جس سے اس عدد کو تقسیم کرنے پر وہ ایک کامل مربع عدد بن جائے۔ حاصل شدہ مربع عدد کا جذر المربع بھی معلوم کیجیے۔

(i) 252 (ii) 2925 (iii) 396 (iv) 2645

(v) 2800 (vi) 1620

7. ایک اسکول میں آٹھویں جماعت کے طلبا نے وزیر اعظم کے امدادی فنڈ میں کل 2401 ₹ کا عطیہ دیا۔ ہر طالب علم نے اتنے ہی روپیے عطیہ کے طور پر دیے جتنے اس کلاس میں طلبا تھے۔ کلاس میں طلبا کی تعداد معلوم کیجیے۔

8. ایک باغ میں 2025 پودے اس طرح لگائے جائیں کہ ہر قطار میں اتنے ہی پودے ہوں جتنی قطاروں کی تعداد ہو۔ قطاروں کی تعداد اور ہر قطار میں پودوں کی تعداد معلوم کیجیے۔

9. وہ سب سے چھوٹا مربع عدد معلوم کیجیے جو 4، 9 اور 10 میں ہر ایک سے تقسیم پذیر ہو۔

10. وہ سب سے چھوٹا مربع عدد معلوم کیجیے جو 8، 15 اور 20 سے تقسیم پذیر ہو۔

مفرد اجزائے ضربی میں 2 اور 5 جوڑوں کی شکل میں نہیں ہیں۔اس لیے 90 ایک کامل مربع نہیں ہے۔حقیقت میں ہم اس کو اس طرح بھی دیکھ سکتے ہیں کہ 90 میں صرف 1 صفر ہے اس لیے یہ کامل مربع ہو ہی نہیں سکتا۔

مثال 6 : کیا 2352 ایک کامل مربع ہے؟ اگر نہیں تو 2352 کا سب سے چھوٹا ضعف معلوم کیجیے جو ایک کامل مربع عدد ہے۔ نئے عدد کا جذر المربع معلوم کیجیے۔

2	2352
2	1176
2	588
2	294
3	147
7	49
	7

حل : ہم جانتے ہیں کہ $2352 = \underline{2 \times 2} \times \underline{2 \times 2} \times 3 \times \underline{7 \times 7}$ مفرد اجزائے ضربی کے مطابق 3 کا جوڑا نہیں ہے۔ 2352 ایک مکمل مربع نہیں ہے۔

اگر ہم 3 کا ایک جوڑا بناتے ہیں تب عدد کامل مربع ہو جائے گا۔اس لیے 2352 کو 3 سے ضرب کرنے پر ہمیں حاصل ہوگا۔

$$2352 \times 3 = \underline{2 \times 2} \times \underline{2 \times 2} \times \underline{3 \times 3} \times \underline{7 \times 7}$$

اب ہر ایک مفرد اجزائے ضربی جوڑوں کی شکل میں ہے۔اس لیے $2352 \times 3 = 7056$ ایک کامل مربع ہے۔لہٰذا 2352 کا سب سے چھوٹا ضعف 7056 ہے جو ایک کامل مربع ہے۔

اور، $\sqrt{7056} = 2 \times 2 \times 3 \times 7 = 84$

مثال 7 : سب سے چھوٹا عدد حاصل کیجیے جس سے 9408 کو تقسیم کرنے پر خارج قسمت ایک کامل مربع عدد ہو جائے۔اس خارج قسمت کا جذر المربع معلوم کیجیے۔

حل : ہم جانتے ہیں $9408 = \underline{2 \times 2} \times \underline{2 \times 2} \times \underline{2 \times 2} \times 3 \times \underline{7 \times 7}$

اگر ہم 9408 کو جزو ضربی 3 سے تقسیم کریں تو $9408 \div 3 = 3136 = \underline{2 \times 2} \times \underline{2 \times 2} \times \underline{2 \times 2} \times \underline{7 \times 7}$ ہوگا جو ایک کامل مربع عدد ہے (کیوں؟)۔اس لیے مطلوبہ سب سے چھوٹا عدد 3 ہے۔

اور، $\sqrt{3136} = 2 \times 2 \times 2 \times 7 = 56$

مثال 8 : سب سے چھوٹا مربع عدد حاصل کیجیے جو ہر ایک عدد 6، 9 اور 15 سے تقسیم ہو جائے۔

2	6, 9, 15
3	3, 9, 15
3	1, 3, 5
5	1, 1, 5
	1, 1, 1

حل : اسے ہم دو اقدام میں حل کر سکتے ہیں۔سب سے پہلے چھوٹا مشترک ضعف معلوم کیجیے اور پھر اس کے بعد مطلوبہ مربع عدد معلوم کیجیے۔ وہ سب سے چھوٹا عدد جو 6، 9 اور 15 سے تقسیم ہوتا ہے ان کا ذو اضعاف قل مشترک (LCM) ہے۔6، 9 اور 15 کا ذو اضعاف قل مشترک $2 \times 3 \times 3 \times 5 = 90$ ہے۔

90 کے مفرد اجزائے ضربی ہیں $90 = 2 \times \underline{3 \times 3} \times 5$

ہم دیکھتے ہیں کہ 2 اور 5 کے جوڑے نہیں ہیں اس لیے 90 ایک کامل مربع عدد نہیں ہے۔

کامل مربع عدد حاصل کرنے کے لیے 90 کو اجزائے ضربی جوڑوں کی شکل میں ہونا چاہیے اس لیے ہمیں 2 اور 5 کا جوڑا بنانے کی ضرورت پڑے گی۔اس لیے 90 کو 2×5 یعنی 10 سے ضرب کرنے کی ضرورت ہے۔لہٰذا، $90 \times 10 = 900$ مطلوبہ مربع عدد ہے۔

$$\begin{array}{r|l} & 2 \\ \hline 2 & \overline{5}\ \overline{29} \\ & -4 \\ \hline & 1 \end{array}$$

قدم 2 وہ سب سے بڑا عدد معلوم کیجیے جس کا مربع بائیں طرف کے بار کے نیچے کے عدد کے برابر یا اس سے چھوٹا ہو ($2^2 < 5 < 3^2$)۔ اور اس عدد سے سب سے بائیں بار کے نیچے کے عدد مقسوم (یہاں 5 ہے) کو تقسیم کیجیے اور باقی معلوم کیجیے (اس مثال میں 1 ہے)۔

$$\begin{array}{r|l} & 2 \\ \hline 2 & \overline{5}\ \overline{29} \\ & -4 \\ \hline & 129 \end{array}$$

قدم 3 اگلے بار کے نیچے کا جوڑا باقی کے دائیں طرف لکھیے (جیسے اس مثال میں 29 ہے)۔ اس طرح سے اگلا مقسوم 129 ہوگا۔

قدم 4 خارج قسمت کا دوگنا کیجیے اور اس کو اس طرح لکھیے کہ اس کے دائیں طرف ایک ہندسے کی جگہ خالی رہے۔

$$\begin{array}{r|l} & 2 \\ \hline 2 & \overline{5}\ \overline{29} \\ & -4 \\ \hline 4\_ & 129 \end{array}$$

قدم 5 خالی جگہ کو بھرنے کے لیے سب سے بڑے ممکنہ ہندسے کا اندازہ لگایئے جو خارج قسمت میں نیا ہندسہ بنے گا اور نئے قاسم کو نئے حاصل تقسیم سے ضرب کریں گے تو حاصل ضرب مقسوم سے کم یا برابر ہوگا۔ اس مثال میں $42 \times 2 = 84$ ہے۔

چوں کہ $43 \times 3 = 129$ ہے اس لیے نیا ہندسہ 3 منتخب کرتے ہیں اور باقی معلوم کرتے ہیں۔

$$\begin{array}{r|l} & 23 \\ \hline 2 & \overline{5}\ \overline{29} \\ & -4 \\ \hline 43 & 129 \\ & -129 \\ \hline & 0 \end{array}$$

قدم 6 چوں کہ باقی 0 ہے اور دیے گئے عدد میں کوئی ہندسے باقی نہیں ہیں۔ اس لیے،

$$\sqrt{529} = 23$$

- اب $\sqrt{4096}$ کو حل کیجیے۔

قدم 1 اکائی کی جگہ سے شروع کرتے ہوئے ہر جوڑے پر بار لگایئے۔ ($\overline{40}\ \overline{96}$)۔

$$\begin{array}{r|l} & 6 \\ \hline 6 & \overline{40}\ \overline{96} \\ & -36 \\ \hline & 4 \end{array}$$

قدم 2 سب سے بڑا عدد معلوم کیجیے جس کا مربع سب سے بائیں طرف کے بار کے لکھے عدد سے کم یا برابر ہو ($6^2 < 40 < 7^2$)۔ اس عدد کو قاسم اور سب سے بائیں طرف بار کے نیچے عدد کو مقسوم کی شکل میں لیجیے اور تقسیم کیجیے اور باقی (اس حالت میں 4) معلوم کیجیے۔

$$\begin{array}{r|l} & 6 \\ \hline 6 & \overline{40}\ \overline{96} \\ & -36 \\ \hline & 496 \end{array}$$

قدم 3 اگلے بار کے نیچے دیے گئے عدد (یعنی 96) کو باقی کے دائیں طرف لکھیے۔ نیا مقسوم 496 ہوگا۔

قدم 4 خارج قسمت کا دُوگنا کیجیے اور دائیں طرف خالی جگہ چھوڑ کر لکھیے۔

$$\begin{array}{r|l} & 6 \\ \hline 6 & \overline{40}\ \overline{96} \\ & -36 \\ \hline 12\_ & 496 \end{array}$$

قدم 5 خالی جگہ کو بھرنے کے لیے سب سے بڑے ممکنہ ہندسے کا اندازہ لگایئے جو ہندسہ خارج قسمت میں نیا ہوگا۔ اس طرح جب نیا ہندسہ خارج قسمت سے ضرب ہوتا ہے تب حاصل ضرب مقسوم سے چھوٹا یا برابر ہوگا۔ اس حالت میں ہم دیکھتے ہیں کہ $124 \times 4 = 496$ ہے

اس لیے حاصل تقسیم میں نیا ہندسہ 4 ہے۔ باقی معلوم کیجیے۔

$$\begin{array}{r|l} & 64 \\ \hline 6 & \overline{40}\ \overline{96} \\ & -36 \\ \hline 124 & 496 \\ & 496 \\ \hline & 0 \end{array}$$

قدم 6 کیوں کہ باقی صفر ہے اور کوئی بار نہیں ہے، اس لیے، $\sqrt{4096} = 64$ ہے۔

عدد کا اندازہ

کامل مربع عدد کے جذر المربع میں ہندسوں کی تعداد معلوم کرنے کے لیے ہم بار کا استعمال کرتے ہیں۔

6.5.4 تقسیم کے طریقہ سے جذر المربع معلوم کرنا

جب اعداد بڑے ہوں تو مفرد اجزائے ضربی کے طریقے سے جذر المربع نکالنا مشکل اور طویل عمل ہوتا ہے۔ اس لیے ہم لمبی تقسیم کا طریقہ (Long Division Method) استعمال کرتے ہیں۔

اس کے لیے ہمیں جذر المربع میں ہندسوں کی تعداد معلوم کرنے کی ضرورت ہے۔

مندرجہ ذیل جدول کو دیکھیے:

عدد	مربع	
10	100	جو 3 ہندسوں کا سب سے چھوٹا مربع عدد ہے
31	961	جو 3 ہندسوں کا سب سے بڑا مربع عدد ہے
32	1024	جو 4 ہندسوں کا سب سے چھوٹا مربع عدد ہے
99	9801	جو 4 ہندسوں کا سب سے بڑا مربع عدد ہے

اس طرح، ایک کامل مربع عدد 3 ہندسوں یا 4 ہندسوں کا ہو تو جذر المربع میں ہندسوں کی تعداد کے بارے میں ہم کیا کہیں گے؟

ہم کہہ سکتے ہیں کہ جب ایک کامل مربع عدد 3 ہندسوں یا 4 ہندسوں کا ہو تو اس کے جذر المربع میں 2 ہی ہندسہ ہوں گے۔

کیا آپ 5 یا 6 ہندسوں والے عدد کے جذر المربع میں ہندسوں کی تعداد بتا سکتے ہیں؟

سب سے چھوٹا 3 ہندسوں کا کامل مربع 100 ہے جو 10 کا مربع ہے اور 3 ہندسوں کا سب سے بڑا کامل مربع عدد 961 ہے جو 31 کا مربع ہے۔ 4 ہندسوں کا سب سے چھوٹا کامل مربع عدد 1024 ہے جو 32 کا مربع ہے اور سب سے بڑا 4 ہندسوں کا کامل مربع عدد 9801 ہے جو 99 کا مربع ہے۔

سوچیے، بحث کیجیے اور لکھیے

کیا ہم کہہ سکتے ہیں کہ ایک کامل مربع عدد میں اگر n ہندسے ہوں تو اس کے جذر المربع عدد میں $\frac{n}{2}$ ہندسے ہوں گے اگر n جفت ہے یا $\frac{(n+1)}{2}$ ہوں گے اگر n طاق ہے؟

مندرجہ ذیل طریقہ کسی عدد کے مربع میں ہندسوں کی تعداد معلوم کرنے میں مددگار رہوگا۔

- 529 کا مربع عدد معلوم کرنے کے لیے ہم درج ذیل اقدامات پر غور کرتے ہیں۔ کیا آپ اس عدد کے مربع میں ہندسوں کی تعداد کا اندازہ لگا سکتے ہیں؟

قدم 1 اکائی کے مقام سے شروع کرتے ہوئے ہر ایک جوڑے پر بار لگائیے۔ اگر ہندسوں کی تعداد طاق ہو تو بائیں طرف کے ایک ہی ہندسے پر بار لگائیے۔ اس طرح سے ہمیں حاصل ہوتا ہے $\overline{5}\ \overline{29}$ ۔

مثال 12 : وہ سب سے چھوٹا عدد معلوم کیجیے جسے 1300 میں جمع کرنے پر ایک کامل مربع عدد حاصل ہو۔ اس کامل مربع عدد کا جذرالمربع بھی معلوم کیجیے۔

$$\begin{array}{r|r} & 36 \\ \hline 3 & \overline{13}\;\overline{00} \\ & -9 \\ \hline 6\underline{6} & 400 \\ & -396 \\ \hline & 4 \end{array}$$

حل : لمبی تقسیم کے طریقہ سے $\sqrt{1300}$ معلوم کرتے ہیں یہاں پر باقی 4 ہے۔

اس سے پتہ چلتا ہے کہ $36^2 < 1300$

اگلا کامل مربع عدد $37^2 = 1369$

اس لیے مطلوبہ عدد ہے $37^2 - 1300 = 1369 - 1300 = 69$

6.6 اعشاریوں کا جذرالمربع

عدد $\sqrt{17.64}$ پر غور کیجیے

$$\begin{array}{r|r} & 4 \\ \hline 4 & \overline{17}.\overline{64} \\ & -16 \\ \hline & 1 \end{array}$$

قدم 1 عشری عدد کا جذرالمربع معلوم کرنے کے لیے ہم صحیح عددی جز (یعنی 17) معمول کے مطابق پر بار لگاتے ہیں۔ عشری جز (یعنی 64) پر بھی پہلے اعشاریہ کے مقام سے شروع کر کے بار لگاتے ہیں اور معمول کے مطابق آگے بڑھتے ہیں۔ ہمیں $\overline{17}.\overline{64}$ حاصل ہوتا ہے۔

$$\begin{array}{r|r} & 4 \\ \hline 4 & \overline{17}.\overline{64} \\ & -16 \\ \hline 8\_ & 164 \end{array}$$

قدم 2 اب اسی طریقے سے آگے بڑھتے ہیں۔ سب سے بائیں طرف بار 17 پر ہے اور $4^2 < 17 < 5^2$ اس عدد کو قاسم کے طور پر لیجیے اور سب سے بائیں طرف کے بار کے نتیجے کا عدد (یعنی 17) مقسوم کے طور پر لیجیے۔ اب تقسیم کیجیے اور باقی عدد معلوم کیجیے۔

$$\begin{array}{r|r} & 4 \\ \hline 4 & 17.64 \\ & -16 \\ \hline 82 & 164 \end{array}$$

قدم 3 باقی 1 ہے۔ اگلے بار کے نیچے کا عدد 64 باقی کے دائیں طرف لکھیے اب 164 حاصل ہوگا۔

قدم 4 قاسم کو دوگنا کیجیے اور اس طرح لکھیے کہ دائیں طرف ایک ہندسے کی جگہ خالی رہے چوں کہ 64 عشری جز میں تھا اس لیے خارج قسمت میں عشری علامت لگائیے۔

$$\begin{array}{r|r} & 4.2 \\ \hline 4 & 17.64 \\ & -16 \\ \hline 82 & 164 \\ & -164 \\ \hline & 0 \end{array}$$

قدم 5 ہم جانتے ہیں کہ $82 \times 2 = 164$ ہے۔ اس لیے نیا ہندسہ 2 ہے۔ تقسیم کیجیے اور باقی عدد معلوم کیجیے۔

قدم 6 چوں کہ باقی صفر ہے اور اب کوئی بار بھی باقی نہیں ہے اس لیے $\sqrt{17.64} = 4.2$

مثال 13 : 12.25 کا جذرالمربع معلوم کیجیے۔

$\sqrt{\overline{40}\,\overline{96}} = 64$ اور $\sqrt{\overline{5}\,\overline{29}} = 23$

ان دونوں اعداد 529 اور 4096 میں بار کی تعداد 2 ہے اور ان کے جذر المربع میں ہندسوں کی تعداد بھی 2 ہے۔ کیا آپ 14400 کے جذر المربع میں ہندسوں کی تعداد بتا سکتے ہیں؟

بار لگانے پر ہم کو $\overline{1}\,\overline{44}\,\overline{00}$ حاصل ہوتا ہے۔ یہاں بار کی تعداد 3 ہے۔ اس لیے جذر المربع 3 ہندسوں کا ہوگا۔

کوشش کیجیے

مندرجہ ذیل اعداد کے جذر المربع میں ہندسوں کی تعداد بغیر تحسیب کے معلوم کیجیے۔

(i) 25600 (ii) 100000000 (iii) 36864

مثال 9 : جذر المربع معلوم کیجیے: (i) 729 (ii) 1296

حل :

(i)

$$\begin{array}{r|l} & \quad 27 \\ \hline 2 & \overline{7}\,\overline{29} \\ & -4 \\ \hline 47 & 3\,29 \\ & 3\,29 \\ \hline & \quad\ 0 \end{array}$$

اس لیے $\sqrt{729} = 27$

(ii)

$$\begin{array}{r|l} & \quad 36 \\ \hline 3 & \overline{12}\,\overline{96} \\ & -9 \\ \hline 66 & 3\,96 \\ & 3\,96 \\ \hline & \quad\ 0 \end{array}$$

اس لیے $\sqrt{1296} = 36$

مثال 10 : وہ سب سے چھوٹا عدد معلوم کیجیے جسے 5607 سے گھٹائیں تو کامل مربع حاصل ہو۔ اس کامل مربع عدد کا جذر المربع معلوم کیجیے۔

$$\begin{array}{r|l} & \quad 74 \\ \hline 7 & \overline{56}\,\overline{07} \\ & -49 \\ \hline 144 & \ \ 707 \\ & -576 \\ \hline & \ \ 131 \end{array}$$

حل : آئیے ہم تقسیم کے طریقے سے $\sqrt{5607}$ معلوم کرنے کی کوشش کریں۔ ہمیں 131 باقی حاصل ہوتا ہے۔ پس ظاہر ہے کہ 74^2، 5607 سے 131 کم ہے۔

یعنی اگر ہم کسی عدد سے باقی گھٹا دیں تو ہمیں ایک کامل مربع عدد حاصل ہوتا ہے۔ اس لیے وہ مطلوبہ کامل مربع عدد ہے

$5607 - 131 = 5476$ اور $\sqrt{5476} = 74$

مثال 11 : سب سے بڑا چار ہندسی عدد معلوم کیجیے جو کامل مربع ہو۔

$$\begin{array}{r|l} & \quad 99 \\ \hline 9 & \overline{99}\,\overline{99} \\ & -81 \\ \hline 189 & \ \ 1899 \\ & -1701 \\ \hline & \ \ \ 198 \end{array}$$

حل : سب سے بڑا چار ہندسی عدد 9999 ہے۔ ہم لمبی تقسیم کے ذریعہ $\sqrt{9999}$ معلوم کرتے ہیں باقی 198 آتا ہے، اس سے ظاہر ہوتا ہے کہ 99^2، 9999 سے 198 کم ہے۔

اس کا مطلب یہ ہے کہ اگر ہم کسی عدد میں سے باقی گھٹائیں تو ایک کامل مربع عدد حاصل ہوتا ہے اس لیے مطلوبہ کامل مربع عدد ہے

$9999 - 198 = 9801$

اور، $\sqrt{9801} = 99$

6.7 جذرالمربع کا اندازہ لگانا

مندرجہ ذیل حالتوں پر غور کیجیے:

1. دیویشی کے پاس کپڑے کا ایک مربع نما ٹکڑا ہے جس کا رقبہ 125 مربع سینٹی میٹر ہے۔ وہ جاننا چاہتی ہے کہ کیا وہ اس سے 15 سینٹی میٹر ضلع کا رومال بنا سکتی ہے۔ اگر یہ ممکن ہے تو وہ جاننا چاہتی ہے کہ اس ٹکڑے سے زیادہ سے زیادہ کتنی لمبائی کا رومال بنایا جاسکتا ہے۔

2. مینا اور شوبھا نے ایک کھیل کھیلا۔ پہلی لڑکی ایک عدد کہتی ہے اور دوسری اس کا جذرالمربع بتاتی ہے۔ مینا نے پہلے شروع کیا۔ اس نے 25 کہا اور شوبھا نے فوراً ہی جواب دیا 5۔ تب شوبھا نے کہا 81 اور مینا نے جواب دیا 9، یہ کھیل اس وقت تک جاری رہا جب مینا کا عدد 250 تک پہنچ گیا۔ اور شوبھا جواب نہیں دے سکی۔ تب مینا نے کہا شوبھا تم کم سے کم ایک ایسا عدد بتاؤ جس کا مربع 250 کے نزدیک ہو۔

ان سبھی حالتوں میں جذرالمربع کا اندازہ لگانے کی ضرورت ہوتی ہے۔

ہم جانتے ہیں کہ $100 < 250 < 400$ اور $\sqrt{100} = 10$ اور $\sqrt{400} = 20$

اس لیے $10 < \sqrt{250} < 20$

لیکن اب بھی ہم مربع عدد کے قریب نہیں ہیں۔

ہم جانتے ہیں کہ $15^2 = 225$ اور $16^2 = 256$

اس لیے $15 < \sqrt{250} < 16$ اور 256، 225 کے بہ نسبت 250 سے زیادہ قریب ہے۔

اس لیے $\sqrt{250}$ کا لگ بھگ 16 ہے۔

کوشش کیجیے

مندرجہ ذیل اعداد کی قیمت کا قریب ترین مکمل عدد میں اندازہ لگائیے۔

(i) $\sqrt{80}$ (ii) $\sqrt{1000}$ (iii) $\sqrt{350}$ (iv) $\sqrt{500}$

مشق 6.4

1. تقسیم کے طریقہ سے مندرجہ ذیل اعداد کا جذرالمربع معلوم کیجیے۔

(i) 2304 (ii) 4489 (iii) 3481 (iv) 529

(v) 3249 (vi) 1369 (vii) 5776 (viii) 7921

(ix) 576 (x) 1024 (xi) 3136 (xii) 900

حل :

	3.5
3	$\overline{12}\,\overline{25}$
	−9
65	325
	325
	0

اس لیے $\sqrt{12.25} = 3.5$

کس طرف بڑھیں

عدد 176.341 پرغور کیجیے۔صحیح عددی جز اورعشری عددی جز دونوں پر بارلگایئے۔عشری جز میں بار لگانے کے طریقے میں کیا طریقہ ہے جوصحیح عددی جز سے مختلف ہے؟176 پرغور کیجیے۔ہم عشری علامت کے پاس کے اکائی کے مقام سے شروع کر کے بائیں طرف بڑھتے ہیں، پہلا بار 76 کے اوپر اور دوسرا بار 1 کے اوپر ہے۔ 341 کے لیے ہم عشری علامت سے شروع کر کے دائیں طرف بڑھتے ہیں۔ پہلا بار 34 کے اوپر اور دوسرا بار لگانے کے لیے ہم 1 کے بعد 0 لگاتے ہیں۔اور اس طرح 3410 حاصل ہوتا ہے۔

مثال 14 : ایک مربع نما پلاٹ کا رقبہ 2304 مربع میٹر ہے۔اس مربع نما پلاٹ کا ضلع معلوم کیجیے۔

حل : مربع نما پلاٹ کا رقبہ = 2304 مربع میٹر

اس لیے مربع نما پلاٹ کا ضلع = $\sqrt{2304}$ میٹر

ہمیں حاصل ہوتا ہے $\sqrt{2304} = 48$

	48
4	$\overline{23}\,\overline{04}$
	−16
88	704
	704
	0

اس طرح مربع نما پلاٹ کا ضلع 48 میٹر ہے۔

مثال 15 : ایک اسکول میں 2401 طلبا ہیں۔ پی ٹی کا استاد اُنھیں قطاروں اور کالموں میں اس طرح کھڑا کرنا چاہتا ہے کہ قطاروں کی تعداد کالم کی تعداد کے برابر ہو۔قطاروں کی تعداد معلوم کیجیے۔

حل : فرض کیجیے قطاروں کی تعداد x ہے۔

اس لیے کالموں کی تعداد $= x$

اس لیے طلبا کی تعداد $x \times x = x^2$

اس طرح $x^2 = 2401$ یعنی $x = \sqrt{2401} = 49$

	49
4	$\overline{24}\,\overline{01}$
	−16
89	801
	801
	0

قطاروں کی تعداد 49 ہے۔

2. مندرجہ ذیل ہر عدد کے جذر المربع میں ہندسوں کی تعداد (تحسیب کیے بغیر) معلوم کیجیے۔

(i) 64 (ii) 144 (iii) 4489 (iv) 27225

(v) 390625

3. مندرجہ ذیل اعشاریہ اعداد کے جذر المربع معلوم کیجیے۔

(i) 2.56 (ii) 7.29 (iii) 51.84 (iv) 42. 25 (v) 31.36

4. وہ چھوٹے سے چھوٹا عدد معلوم کیجیے جسے مندرجہ ذیل اعداد سے گھٹانے پر ایک کامل مربع بن جائے۔ اس طرح سے حاصل کامل مربع عدد کا جذر المربع بھی معلوم کیجیے۔

(i) 402 (ii) 1989 (iii) 3250 (iv) 825

(v) 4000

5. وہ چھوٹے سے چھوٹا عدد معلوم کیجیے جسے مندرجہ ذیل اعداد میں جمع کرنے سے ایک کامل مربع بن جائے۔ اس طرح سے حاصل کامل مربع عدد کا جذر المربع بھی معلوم کیجیے۔

(i) 525 (ii) 1750 (iii) 252 (iv) 1825

(v) 6412

6. ایک مربع کا رقبہ 441 مربع میٹر ہے۔ اس کے ضلع کی لمبائی معلوم کیجیے۔

7. ایک قائمہ زاویہ مثلث ABC میں $\angle B = 90°$ ہے

(a) اگر AB = 6 سینٹی میٹر، BC = 8 سینٹی میٹر ہو تو AC معلوم کیجیے۔

(b) اگر AC = 13 سینٹی میٹر، BC = 5 سینٹی میٹر ہو تو AB معلوم کیجیے۔

8. ایک مالی کے پاس 1000 پودے ہیں۔ وہ ان کو اس طرح لگانا چاہتا ہے کہ قطاروں کی تعداد کالموں کی تعداد کے برابر ہو۔ اسے کم سے کم کتنے پودے اور درکار ہوں گے؟

9. ایک اسکول میں 500 طلبا ہیں۔ پی ٹی ڈرل کے لیے ان کو اس طرح کھڑا ہونا ہے کہ قطاروں کی تعداد کالموں کی تعداد کے برابر ہو۔ کتنے طلبا باقی بچیں گے جو اس ترتیب میں نہیں آئیں گے۔

ہم نے کیا سیکھا؟

1. اگر کسی طبعی عدد m کو n^2 کی شکل میں ظاہر کریں جہاں n بھی ایک طبعی عدد ہو، تب m ایک **مربع عدد** ہے۔
2. تمام مربع اعداد کے آخر میں اکائی کی جگہ پر 0، 1، 4، 5، 6 یا 9 ہوتا ہے۔
3. مربع اعداد کے آخر میں صفروں کی تعداد جفت ہوتی ہے۔
4. **جذر المربع**، مربع کا معکوس عمل ہے۔
5. ایک کامل مربع عدد کے دو جذر المربع ہوتے ہیں۔ عدد کے مثبت جذر المربع کو علامت $\sqrt{\ }$ سے ظاہر کرتے ہیں۔

مثال کے طور پر، $9 = 3^2$ ہے جو $\sqrt{9} = 3$ دیتا ہے۔