

اعداد و شمار کا استعمال

5.1 معلومات کی تلاش میں

روزمرہ زندگی سے آپ نے بہت سی معلومات حاصل کی ہوں گی، مثال کے طور پر:



(a) پچھلے 10 ٹیسٹ میچوں میں ایک بلے باز کے ذریعہ بنائے گئے کل رن۔

(b) پچھلے 10 ایک روزہ میچوں میں ایک گیند باز کے لیے ہوئے وکٹ۔

(c) آپ کی کلاس کے طلباء کے ریاضی کے اکائی ٹیسٹ میں حاصل کیے گئے نمبر۔

(d) آپ کے ہر ایک دوست کے ذریعہ پڑھی گئی کہانیوں کی کتابوں کی تعداد وغیرہ۔

ان سبھی حالتوں میں جمع کی گئی معلومات اعداد و شمار (Data) کہلاتی ہے۔ عام طور پر اعداد و شمار ایسی حالت کے سلسلہ میں اکٹھا کیے جاتے ہیں جس کا ہم مطالعہ کرنا چاہتے ہیں۔ مثال کے طور پر ایک استاد کی اپنی کلاس کے طلباء کی اوسط اونچائی جاننے میں دلچسپی ہو سکتی ہے۔ اسے معلوم کرنے کے لیے وہ اپنے کلاس کے تمام طلباء کی اونچائیاں لکھے گا، ان اعداد و شمار کو ایک سلسلہ وار طریقہ سے منظم کرے گا اور پھر ان کی اسی طریقہ سے ترجمانی کرے گا۔

کبھی کبھی اعداد و شمار جس چیز کو ظاہر کرتے ہیں اس کا صحیح تصور پیش کرنے کے لیے انہیں گراف کی مدد بھی لی جاتی ہے۔ کیا آپ کو ان مختلف قسم کے گرافوں کے بارے میں یاد ہے جو ہم پچھلی جماعتوں میں پڑھ چکے ہیں؟

1. تصویری گراف (Pictograph): علامتوں کا استعمال کرتے ہوئے اعداد و شمار کا تصویری اظہار۔

100 کار میں →	100 کاروں کو ظاہر کرتی ہے۔
جولائی	250 = 100 کے $\frac{1}{2}$ کو ظاہر کرتی ہے
اگست	300 =
ستمبر	? =



- (i) اس دوہرے بارگراف میں کیا معلومات دی گئی ہیں؟
(ii) کس مضمون میں طالب علم کی کارکردگی میں بہتری ہوئی؟
(iii) کس مضمون میں کارکردگی میں گراوٹ آئی؟
(iv) کس مضمون میں کارکردگی ایک جیسی رہی؟

سوچیے، بحث کیجیے اور لکھیے

اگر ہم بارگراف میں سے کسی ایک بار کی جگہ بدل دیں تو ظاہر کی گئی معلومات میں کیا تبدیلی ہوگی؟ کیوں؟

کوشش کیجیے

دی ہوئی معلومات کو ظاہر کرنے کے لیے ایک مناسب گراف بنائیے۔

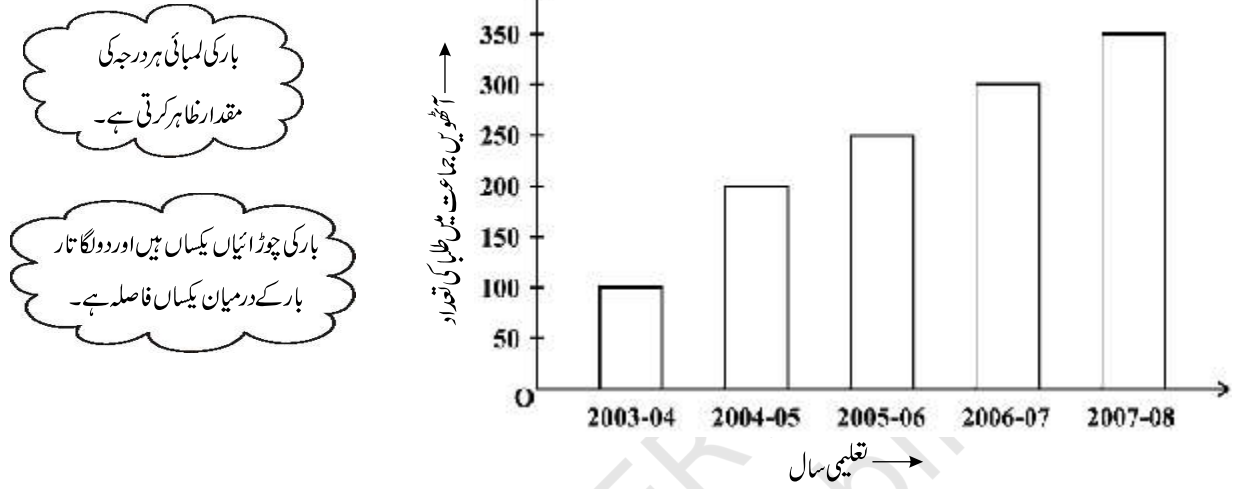
مہینہ	جولائی	اگست	ستمبر	اکتوبر	نومبر	دسمبر
فروخت کی گئی گھڑیوں کی تعداد	1000	1500	1500	2000	2500	1500

بچوں کی تعداد جو پسند کرتی ہے	اسکول A	اسکول B	اسکول C
پیدل چلانا	40	55	15
سائیکل چلانا	45	25	35

3. کرکٹ کی 8 بڑی ٹیموں کا ایک روزہ میچوں میں جیتنے کا فی صد

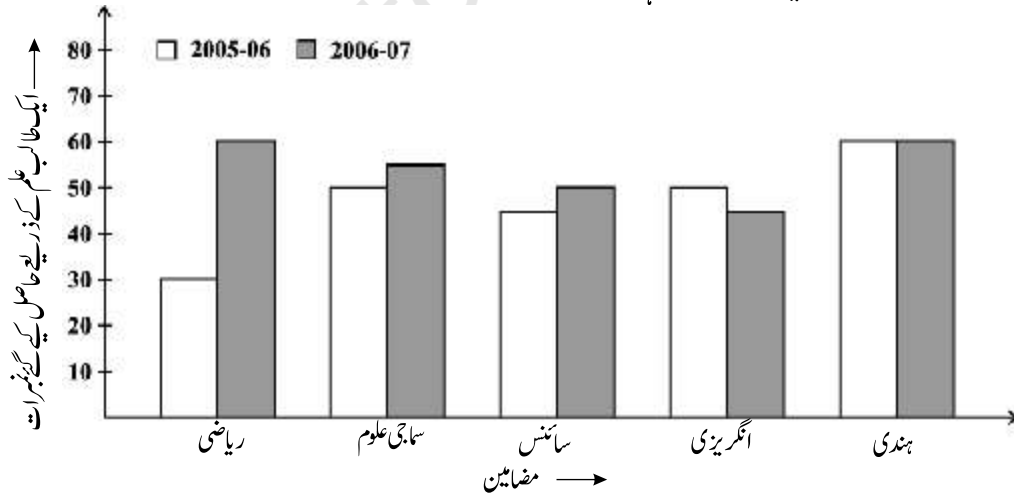
ٹیم	چیمپئن ٹرائی سے عالمی کپ 2006 تک	2007 میں پچھلے 10 ایک روزہ میچ
جنوبی افریقہ	75%	78%
آسٹریلیا	61%	40%
سری لنکا	54%	38%
نیوزی لینڈ	47%	50%
انگلینڈ	46%	50%
پاکستان	45%	44%
ویسٹ انڈیز	44%	30%
ہندوستان	43%	56%

- (i) جولائی کے مہینے میں کتنی کاریں بنائی گئیں؟
 (ii) کس مہینے میں سب سے زیادہ کاریں بنائی گئیں؟
2. بارگراف (Bar Graph) : یکساں چوڑائی کے بار (Bar) کا استعمال کرتے ہوئے معلومات کو ظاہر کرنا جس میں بار (Bar) کی لمبائیاں ان کی متعلقہ قدروں کے متناسب ہوتی ہیں۔



- (i) اس بارگراف میں کیا معلومات دی گئی ہیں؟
 (ii) کس سال طلباء کی تعداد میں سب سے زیادہ اضافہ ہوا؟
 (iii) کس سال طلباء کی تعداد سب سے زیادہ تھی؟
 (iv) صحیح یا غلط بتائیے :
 کہ ”2005-06 میں طلباء کی تعداد 2003-04 کی تعداد کی دوگنی ہے۔“

3. دوہرا بارگراف (Double Bar Graph) : اعداد و شمار کے دو گروپ کو ایک ساتھ ظاہر کرنے والا بارگراف۔ یہ اعداد و شمار کے موازنہ کے لیے بہت مفید ہوتا ہے۔



5.3 اعداد و شمار کی گروپ بندی

مضمون کی پسند سے متعلق اعداد و شمار ایک اندراج کے متعدد مرتبہ آنے کو ظاہر کرتے ہیں۔ مثال کے طور پر 7 طلباء کو آرٹ پسند ہے۔ 5 طلباء کو ریاضی اور اسی طرح آگے بھی (جدول 5.1)۔ اس معلومات کو ایک تصویری گراف یا بار گراف کے ذریعے دکھایا جاسکتا ہے لیکن کبھی کبھی ہمیں کثیر تعداد کے اعداد و شمار کے ساتھ کام کرنا پڑتا ہے۔ مثال کے طور پر جماعت VIII کے 60 طلباء کے ذریعہ ریاضی میں حاصل کیے گئے نمبروں (50 میں سے) پر غور کیجیے۔

21, 10, 30, 22, 33, 5, 37, 12, 25, 42, 15, 39, 26, 32, 18, 27, 28, 19, 29, 35, 31, 24, 36, 18, 20, 38, 22, 44, 16, 24, 10, 27, 39, 28, 49, 29, 32, 23, 31, 21, 34, 22, 23, 36, 24, 36, 33, 47, 48, 50, 39, 20, 7, 16, 36, 45, 47, 30, 22, 17.

اگر ہم ہر ایک مشاہدہ کے لیے تعدد بناؤ جدول بناتے ہیں تو وہ فہرست بہت لمبی ہوگی۔ اس لیے ہم آسانی کے لیے مشاہدات کے کچھ گروپ بناتے ہیں جیسے 0-10، 10-20 وغیرہ۔ ہر ایک گروپ میں آنے والے مشاہدات کی تعداد کی بنیاد پر ایک تعدد بناؤ جدول بناتے ہیں۔ اس طرح مذکورہ بالا اعداد و شمار کے لیے تعدد بناؤ جدول اس طرح ہو سکتی ہے:

جدول 5.2

تعدد	ٹیلی مارکس	گروپ
2		0-10
10		10-20
21		20-30
19		30-40
7		40-50
1		50-60
60	کل	

اس طرح ظاہر کیے گئے اعداد و شمار، گروپ اعداد و شمار (Grouped Data) کہلاتے ہیں اور حاصل بناؤ گروپ تعددی بناؤ (Grouped frequency distribution) کہلاتا ہے اس سے باعنی نتیجہ نکالنے میں مدد ملتی ہے جیسے۔

- (1) زیادہ تر طلباء نے 20 اور 40 کے درمیان نمبر حاصل کیے۔
- (2) آٹھ طلباء نے 50 میں سے 40 سے زیادہ نمبر حاصل کیے۔

گروپ 0-10، 10-20، 20-30 وغیرہ سے ہر ایک کلاس وقفہ (Class Interval) (یا مختصراً کلاس) کہلاتا ہے۔

غور کیجیے 10 دونوں ہی کلاسوں یعنی 0-10 اور 10-20 میں شامل ہے۔ اسی طرح 20 بھی دونوں ہی کلاسوں یعنی (10-20 اور 20-30) میں شامل ہے۔ لیکن ایک مشاہدہ (جیسے 10 اور 20) ایک ساتھ دو کلاسوں میں شامل نہیں ہو سکتا۔ اس سے بچنے

5.2 اعداد و شمار کی تنظیم کاری

عام طور پر ہمیں اعداد و شمار غیر منظم شکل میں حاصل ہوتے ہیں جنہیں خام اعداد و شمار کہتے ہیں۔ ان سے با معنی نتیجہ نکالنے کے لیے اعداد و شمار کو ایک منظم شکل میں مرتب کرنے کی ضرورت پڑتی ہے۔ مثال کے طور پر طلباء کے ایک گروپ سے ان کے من پسند مضمون کے بارے میں پوچھا گیا۔ اس کے نتیجوں کی فہرست ذیل میں دی گئی ہے:

آرٹ، ریاضی، سائنس، انگریزی، ریاضی، آرٹ، انگریزی، ریاضی، انگریزی، آرٹ، سائنس، آرٹ، ریاضی، سائنس، آرٹ، سائنس، سائنس، ریاضی، آرٹ، انگریزی، آرٹ، سائنس، ریاضی، سائنس، آرٹ۔
کس مضمون کو سب سے زیادہ اور کس مضمون کو سب سے کم پسند کیا گیا؟
اس طرح سے غیر منظم طریقے سے لکھی گئی پسند کو دیکھ کر جواب دینا مشکل ہے۔ ہم ٹیلی مارکس کا استعمال کر کے ان اعداد و شمار کو جدول 5.1 میں مرتب کرتے ہیں۔

جدول 5.1

مضمون	ٹیلی مارکس	طلباء کی تعداد
آرٹ		7
ریاضی		5
سائنس		6
انگریزی		4

ہر مضمون کے سامنے لکھے ٹیلی مارکس کی تعداد سے ہمیں اس مضمون کو پسند کرنے والے طلباء کی تعداد معلوم ہوتی ہے۔ یہ اس مضمون کا تعدد (Frequency) کہلاتا ہے۔

کسی اندراج کا تعدد وہ تعداد ہے جتنی بار وہ اندراج اس اعداد و شمار میں آتا ہے۔

جدول 5.1 انگریزی کو پسند کرنے والے طلباء کا تعدد 4 ہے۔

ریاضی پسند کرنے والوں کا تعدد 5 ہے۔

اس طرح کے جدول کو تعدد بناؤ جدول (Frequency Distribution) کہتے ہیں۔ کیوں کہ اس سے معلوم ہوتا ہے کہ ایک اندراج کتنی مرتبہ واقع ہوا ہے۔

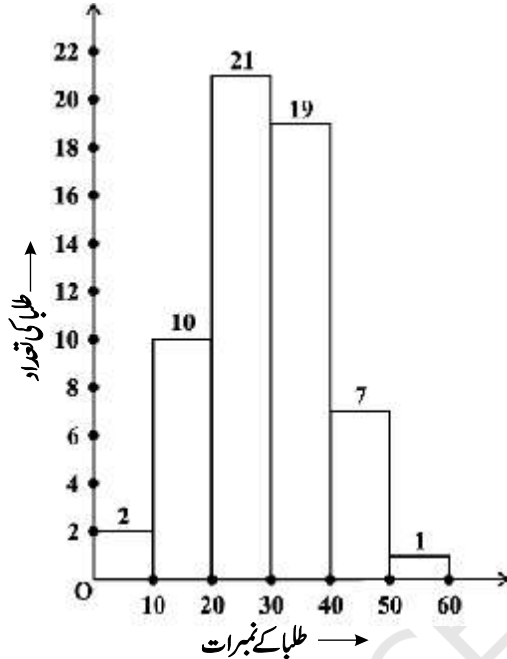
کوشش کیجیے

1. طلباء کے ایک گروپ سے یہ پوچھا گیا کہ وہ سب سے زیادہ کس جانور کو گھر میں پالنا پسند کریں گے۔ نتیجے نیچے دیے گئے ہیں:
کتا، بلی، بلی، مچھلی، بلی، خرگوش، کتا، بلی، خرگوش، کتا، بلی، کتا، بلی، کتا، کتا، بلی، گائے، مچھلی، خرگوش، کتا، بلی، کتا، بلی، بلی، کتا، خرگوش، بلی، مچھلی، کتا۔
ان اعداد و شمار کا ایک تعدد بناؤ جدول بنائیے۔



5.3.1 قدرے مختلف بار

آئیے 60 طلباء کے ریاضی کے ایک ٹیسٹ میں حاصل کیے گئے نمبروں کے گروپ تعداد بناؤ پر غور کریں (جدول 5.4)۔



جدول 5.4

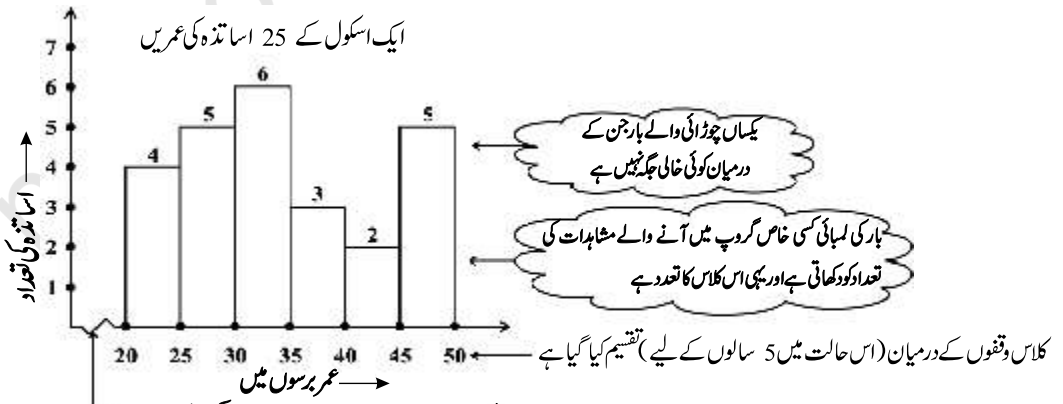
تعداد	کلاس وقفہ
2	0-10
10	10-20
21	20-30
19	30-40
7	40-50
1	50-60
60	کل

شکل 5.1

ان اعداد و شمار کو گراف کی مدد سے متصل گراف میں ظاہر کیا گیا ہے (شکل 5.1)۔

کیا یہ گراف کسی قدر ساتویں جماعت میں آپ کے بنائے گئے گراف سے مختلف ہے؟ مشاہدہ کیجیے کہ یہاں ہم نے مشاہدات کے گروپ (یعنی کلاس وقفوں) کو افقی محور پر ظاہر کیا ہے۔ بار کی اونچائی کلاس وقفہ کے تعداد کو ظاہر کرتی ہے۔ ساتھ ہی، یہاں بار کے درمیان کوئی خالی جگہ نہیں ہے کیونکہ کلاس وقفوں کے درمیان بھی کوئی خالی جگہ نہیں ہے۔

اعداد و شمار کے اس گراف کو ہسٹوگرام (Histogram) کہتے ہیں۔ مندرجہ ذیل گراف ایک ہسٹوگرام ہے (شکل 5.2)۔



یہ گراف کئی ہے کہ ہم 0 سے 20 کے درمیان کے اعداد نہیں شامل کر رہے ہیں۔

شکل 5.2

کے لیے ہم یہ طریقہ اختیار کر سکتے ہیں کہ مشترک مشاہدہ بڑی کلاس میں شامل ہوگا، جیسے 10 کلاس وقفہ 10-20 (0-10 میں نہیں) میں شامل ہے۔ اسی طرح 20 کلاس وقفہ 20-30 (10-20 میں نہیں) میں شامل ہے۔ کلاس وقفہ 10-20 میں 10 زیریں کلاس حد (Lower class limit) کہلاتی ہے اور 20 بالائی کلاس حد (Upper class limit) کہلاتی ہے۔ اسی طرح کلاس وقفہ 20-30 میں 20 زیریں کلاس حد ہے اور 30 بالائی کلاس حد ہے۔ مشاہدہ کیجیے کہ ہر کلاس وقفہ 0-10، 10-20، 20-30 وغیرہ میں بالائی اور نچلی کلاس حدوں کا فرق یکساں ہے (یہاں یہ فرق 10 ہے)۔ بالائی کلاس حد اور زیریں کلاس حد کا یہ فرق کلاس وقفہ کی چوڑائی یا سائز کہلاتا ہے۔

کوشش کیجیے

1. مندرجہ ذیل تعدد بناؤ جدول کو غور سے پڑھیے اور ذیل میں دیے گئے سوالوں کے جواب دیجیے۔

ایک فیکٹری کے 550 ملازموں کی یومیہ آمدنی کا تعددی بناؤ

جدول 5.3

تعدد (ملازمین کی تعداد)	کلاس وقفہ (یومیہ آمدنی میں)
45	100-125
25	125-150
55	150-175
125	175-200
140	200-225
55	225-250
35	250-275
50	275-300
20	300-325
550	کل

- (i) کلاس وقفہ کا سائز کیا ہے؟
(ii) کس کلاس کا تعدد سب سے زیادہ ہے؟
(iii) کس کلاس کا تعدد سب سے کم ہے؟
(iv) کلاس وقفہ 250-275 کی بالائی حد کیا ہے؟
(v) کن دو کلاسوں کا تعدد ایک ہی ہے؟

2. وقفوں 30-35 اور 30-40 وغیرہ کا استعمال کرتے ہوئے ایک جماعت کے 20 طلباء کے وزن (کلوگرام میں) کے مندرجہ

ذیل اعداد و شمار کے لیے ایک تعددی بناؤ جدول بنائیے۔

40, 38, 33, 48, 60, 53, 31, 46, 34, 36, 49, 41, 55, 49, 65, 42, 44, 47, 38, 39.





مشق 5.1

1. مندرجہ ذیل میں سے کن اعداد و شمار کو دکھانے کے لیے آپ ہسٹوگرام کا استعمال کریں گے؟
 - (a) ایک ڈاکیہ کے تھیلے میں مختلف علاقوں کے خطوں کی تعداد۔
 - (b) کسی کھیل کود کے مقابلہ میں حصہ لینے والے کھلاڑیوں کی اونچائی۔
 - (c) 5 کمپنیوں کے ذریعہ تیار کی گئی کیسٹوں کی تعداد۔
 - (d) کسی اسٹیشن پر صبح 7 بجے سے شام 7 بجے کے دوران ٹرین میں سفر کرنے والے مسافروں کی تعداد۔

ہر ایک کے لیے وجہ بھی بتائیے۔
2. کسی ڈپارٹمنٹل اسٹور پر خریداری کرنے آئے لوگوں کو اس طرح ظاہر کیا جاتا ہے: مرد (M)، عورت (W)، لڑکا (B) یا لڑکی (G)۔ مندرجہ ذیل فہرست ان خریداروں کی ہے جو صبح کے سب سے پہلے گھنٹے میں آئے ہیں:

W W W G B W W M G G M W W W W G B M W B G G M W W M M W W W M W
B W G M W W W W G W M M W W M W G W M G W M M B G G W

ٹیلی مارکس کی مدد سے ایک تعدد بناؤ جدول بنائیے۔ اسے ظاہر کرنے کے لیے ایک بار گراف کھینچیے۔
3. کسی فیکٹری کے 30 ملازمین کی ہفتہ واری مزدوری (میں) مندرجہ ذیل ہے۔

830, 835, 890, 810, 835, 836, 869, 845, 898, 890, 820, 860, 832, 833, 855, 845, 804, 808,
812, 840, 885, 835, 835, 836, 878, 840, 868, 890, 806, 840

ٹیلی مارکس کا استعمال کرتے ہوئے وقفہ 810-800 اور 820-810 اور اسی طرح آگے ایک تعدد بناؤ جدول بنائیے۔
4. سوال 3 میں دیے گئے اعداد و شمار سے حاصل جدول کے لیے ایک ہسٹوگرام بنائیے اور مندرجہ ذیل سوالوں کے جواب دیجیے۔
 - (i) کس گروپ میں مزدوروں کی تعداد سب سے زیادہ ہے؟
 - (ii) کتنے مزدور 850 یا اس سے زیادہ مزدوری حاصل کرتے ہیں؟
 - (iii) کتنے مزدور 850 سے کم مزدوری حاصل کرتے ہیں؟
5. چھٹی کے دنوں میں ایک مخصوص کلاس کے طلباء کئی گھنٹے ٹیلیویشن دیکھنے میں گزارتے ہیں جو ایک گراف کے ذریعے ظاہر کیا گیا ہے۔

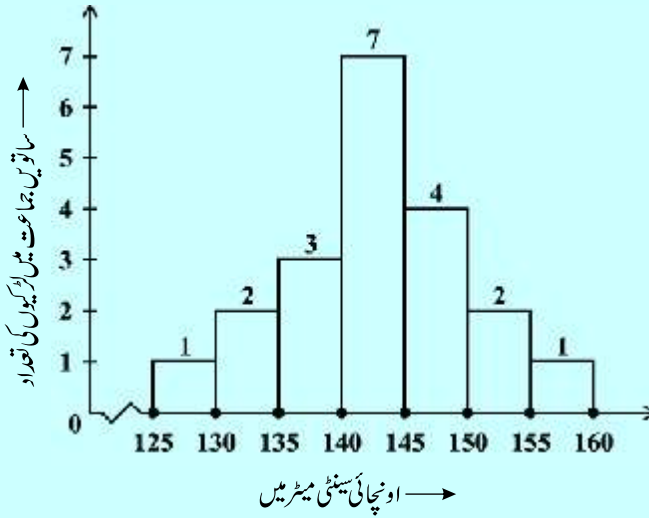
مندرجہ ذیل سوالوں کے جواب دیجیے۔

 - (i) زیادہ سے زیادہ طلباء نے کتنے گھنٹے ٹی وی دیکھا؟
 - (ii) کتنے طلباء نے 4 گھنٹے سے کم وقت تک ٹی وی دیکھا؟

- اس ہسٹوگرام کے بار سے ہم مندرجہ ذیل سوالوں کے جواب دے سکتے ہیں:
- (i) کتنے اساتذہ کی عمر 45 سال یا اس سے زیادہ ہے لیکن 50 سال سے کم ہے؟
- (ii) کتنے اساتذہ کی عمر 35 سال سے کم ہے؟

کوشش کیجیے

1. ہسٹوگرام (شکل 5.3) کا مشاہدہ کیجیے اور ذیل میں دیے گئے سوالوں کے جواب دیجیے۔



شکل 5.3

- (i) اس ہسٹوگرام سے کون سی معلومات حاصل ہو رہی ہیں؟
- (ii) کس گروپ میں لڑکیوں کی تعداد سب سے زیادہ ہے؟
- (iii) کتنی لڑکیوں کی اونچائی 145 سینٹی میٹر یا اس سے زیادہ ہے؟
- (iv) اگر ہم لڑکیوں کی تعداد کو درج ذیل تین گروپوں میں بانٹیں تو ہر گروپ میں لڑکیوں کی تعداد کیا ہوگی؟

- A گروپ _____ 150 سینٹی میٹر یا اس سے زیادہ
- B گروپ _____ 140 سینٹی میٹر یا اس سے زیادہ لیکن 150 سینٹی میٹر سے کم
- C گروپ _____ 140 سینٹی میٹر سے کم

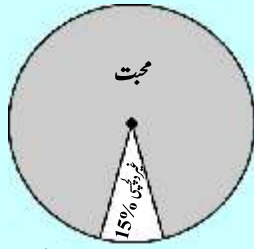
اس لیے، اس سیکٹر کو مکمل دائرہ کے $\frac{1}{3}$ حصہ میں ظاہر کیا گیا ہے۔ اسی طرح اسکول میں خرچ کیے گئے گھنٹوں کے سیکٹر کا تناسب حصہ

$$\frac{1}{4} = \frac{\text{6 گھنٹے}}{\text{24 گھنٹے}} = \frac{\text{اسکول کے گھنٹوں کی تعداد}}{\text{مکمل دن}} =$$

اس لیے اس سیکٹر کو دائرہ کے $\frac{1}{4}$ حصہ کی شکل میں ظاہر کیا گیا ہے۔ اسی طرح دوسرے سیکٹر کے سائز معلوم کیے جاسکتے ہیں۔ تمام مشغلوں کے کسور کو جمع کیجیے۔ کیا آپ کو حاصل جمع ایک حاصل ہوتا ہے؟ ایک دائرہ گراف پائی چارٹ (Pie Chart) بھی کہلاتا ہے۔

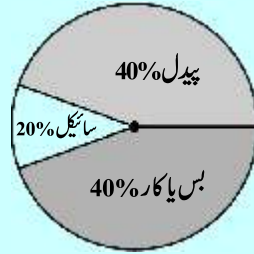
کوشش کیجیے

1. مندرجہ ذیل ہر ایک پائی چارٹ (شکل 5.5) آپ کی کلاس کے بارے میں مختلف معلومات فراہم کرتا ہے ان میں سے ہر ایک معلومات کو ظاہر کرنے والا دائرہ کا حصہ معلوم کیجیے۔



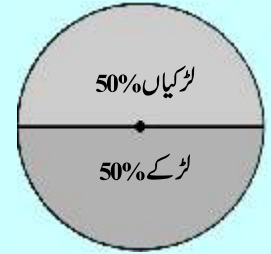
ریاضی سے مجت / غیر دلچسپی

(iii)



اسکول کے لیے ٹرانسپورٹ

(ii)



لڑکیاں یا لڑکے

(i)

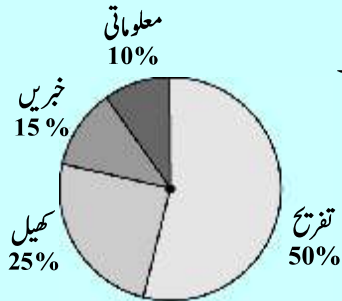
شکل 5.5

2. دیے گئے پائی چارٹ (شکل 5.6) کی مدد سے مندرجہ ذیل سوالات کے جواب دیجیے۔

(i) کس قسم کے پروگرام سب سے زیادہ دیکھے جاتے ہیں؟

(ii) کن دو پروگراموں کو دیکھنے والوں کی کل تعداد دیکھنے والوں کی

تعداد کے برابر ہے؟



ٹیلی ویژن کے مختلف چینلوں کو دیکھنے والے ناظرین

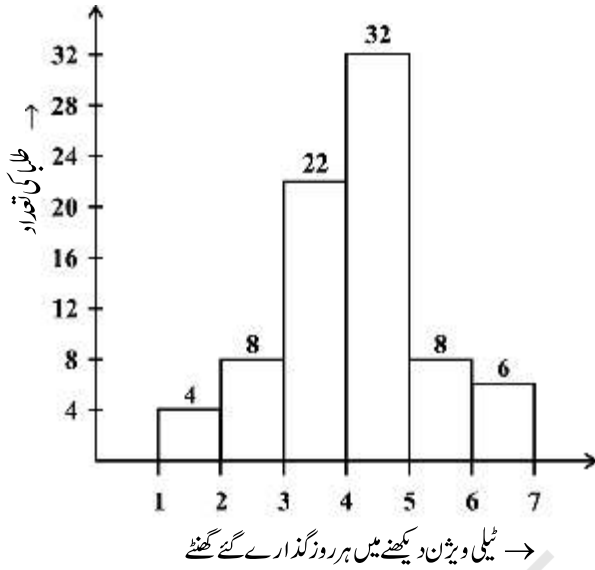
شکل 5.6

5.4.1 پائی چارٹ بنانا

کسی اسکول کے طلباء کے ذریعہ پسند کی جانے والی آئس کریم کے ذائقوں (Flavours) کافی صدیچے دیا گیا ہے۔

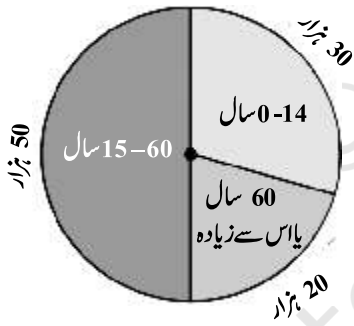
ذائقہ	ذائقہ پسند کرنے والے طلباء کافی صد
چاکلیٹ	50%
ونیلا	25%
دوسری قسم	25%

(iii) کتنے طلباء نے 5 گھنٹے سے زیادہ کا وقت ٹی وی دیکھنے میں صرف کیا؟

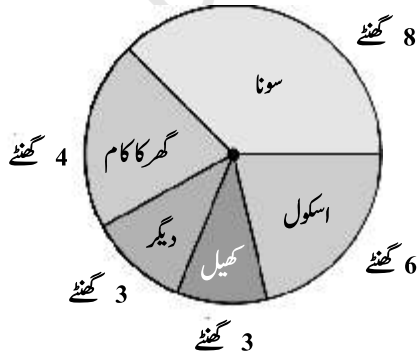


5.4 دائرہ گراف یا پائی چارٹ

کیا آپ کے سامنے دائرہ کی شکل میں کبھی اعداد و شمار ظاہر کیے گئے ہیں جیسا کہ (شکل 5.4) میں ظاہر کیا گیا ہے؟
ایک بچے کا ایک دن میں صرف کیا گیا وقت ایک قصبہ میں لوگوں کا عمر گروپ



(ii)



(i)

شکل 5.4

یہ دائرہ گراف (Circle Graphs) کہلاتے ہیں۔ ایک دائرہ گراف کسی مکمل اور اس کے حصوں میں تعلق کو دکھاتا ہے۔ یہاں مکمل دائرہ کو سیکٹر میں بانٹ دیا جاتا ہے۔ ہر سیکٹر کا سائز اس مشغلہ یا معلومات کے متناسب ہے جس کو یہ ظاہر کرتا ہے۔ مثال کے طور پر مذکورہ بالا گراف میں سونے کے عمل میں خرچ کیے گئے گھنٹوں میں سیکٹر کا متناسب حصہ

$$\frac{1}{3} = \frac{\text{گھنٹے}}{\text{گھنٹے}} \frac{8}{24} = \frac{\text{سونے کے گھنٹوں کی تعداد}}{\text{مکمل دن}} =$$

حل :

- (i) سب سے زیادہ کھانے پر خرچ ہے۔
 (ii) بچوں کی تعلیم پر ہونے والا خرچ (15%) خاندان کی کل بچت کے برابر ہے۔
 (iii) 15% ظاہر کرتا ہے 3000 کو

$$2000 = \frac{3000}{15} \times 10$$

اس لیے 10% ظاہر کرتا ہے

مثال 2 : ذیل میں کسی مخصوص دن ایک بیکری کی دوکان میں ہوئی مختلف چیزوں کی فروخت (روپیوں میں) دی گئی ہے۔

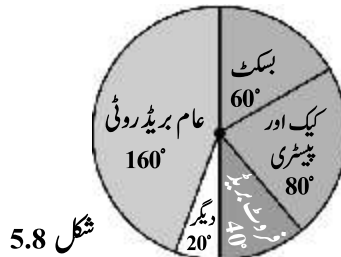
اس ڈاٹا کے لیے ایک پائی چارٹ کھینچئے

عام ڈبل روٹی	: 320
فروٹ بریڈ	: 80
کیک اور پیٹری	: 160
بسکٹ	: 120
دیگر	: 40
میزان	: 720

حل : ہم ہر سیکٹر کا مرکزی زاویہ معلوم کرتے ہیں۔ یہاں کل فروخت = 720 روپے ہے۔ اس سے ہمیں مندرجہ ذیل جدول حاصل ہوتی ہے۔

مرکزی زاویہ	کسر کا حصہ	بکری (روپیوں میں)	اشیا
$\frac{4}{9} \times 360^\circ = 160^\circ$	$\frac{320}{720} = \frac{4}{9}$	320	عام ڈبل روٹی
$\frac{1}{6} \times 360^\circ = 60^\circ$	$\frac{120}{720} = \frac{1}{6}$	120	بسکٹ
$\frac{2}{9} \times 360^\circ = 80^\circ$	$\frac{160}{720} = \frac{2}{9}$	160	کیک اور پیٹری
$\frac{1}{9} \times 360^\circ = 40^\circ$	$\frac{80}{720} = \frac{1}{9}$	80	فروٹ بریڈ
$\frac{1}{18} \times 360^\circ = 20^\circ$	$\frac{40}{720} = \frac{1}{18}$	40	دیگر

مذکورہ بالا کا استعمال کر کے ہم ایک پائی چارٹ بناتے ہیں (شکل 5.8):

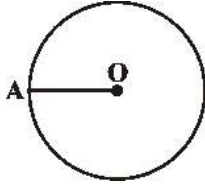


آئیے ان اعداد و شمار کو ایک پائی چارٹ کی مدد سے ظاہر کرتے ہیں۔

ایک دائرہ کے مرکز پر پورا زاویہ 360° ہے۔ سیکٹروں کے مرکزی زاویہ 360° کے حصے یا کوئی کسر ہوں گے۔ ہم سیکٹر کے مرکزی زاویوں کو معلوم کرنے کے لیے ایک جدول بناتے ہیں (جدول 5.5)۔

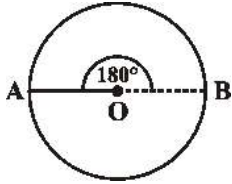
جدول 5.5

ذائقہ	ذائقہ کو پسند کرنے والے طلباء کا فی صد	کسر کا حصہ	360° کی کسر
چاکلیٹ	50%	$\frac{50}{100} = \frac{1}{2}$	360° کا $\frac{1}{2}$ $180^\circ = \frac{1}{2}$
ونیلا	25%	$\frac{25}{100} = \frac{1}{4}$	360° کا $\frac{1}{4}$ $90^\circ = \frac{1}{4}$
دوسری قسم	25%	$\frac{25}{100} = \frac{1}{4}$	360° کا $\frac{1}{4}$ $90^\circ = \frac{1}{4}$



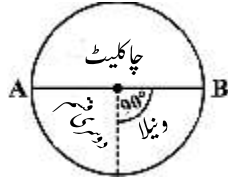
1. کسی مناسب نصف قطر کا ایک دائرہ کھینچئے۔

اس کے مرکز (O) اور ایک نصف قطر (OA) کی نشاندہی کیجئے۔



2. چاکلیٹ کے لیے سیکٹر کا زاویہ 180° ہے۔

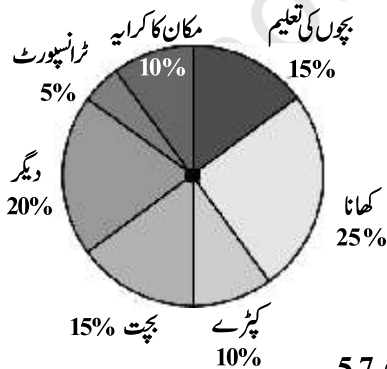
چاندے کا استعمال کر کے $\angle AOB = 180^\circ$ کھینچئے۔



3. بچے ہوئے سیکٹروں کی اسی طرح نشاندہی کیجئے۔

مثال 1: متصل پائی چارٹ (شکل 5.7) ایک مہینے میں ایک خاندان کی مختلف مدوں

میں خرچ (فیصد میں) اور اس کی بچت کو ظاہر کرتا ہے۔



شکل 5.7

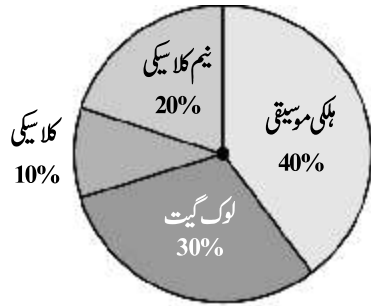
(i) کس مد میں سب سے زیادہ خرچ کیا گیا؟

(ii) کس مد میں ہوا خرچ کنبہ کی کل بچت کے برابر ہے؟

(iii) اگر کنبہ کی ماہانہ بچت 3000 ہے تو کپڑوں پر ہونے والا

ماہانہ خرچ کتنا ہے؟

55	125-150
30	150-175
50	175-200
125	200-225
140	225-250
480	میزان



مشق 5.2

1. ایک شہر کے نوجوانوں کے ایک گروپ سے یہ معلوم کرنے کے لیے کہ انہیں کس قسم کی موسیقی پسند ہے، سروے کیا گیا۔ ان سے حاصل اعداد و شمار کو متصل پائی چارٹ میں ظاہر کیا گیا ہے۔ اس پائی چارٹ کی مدد سے مندرجہ ذیل سوالوں کے جواب دیجیے:

- اگر 20 لوگ کلاسیکی موسیقی پسند کرتے ہیں تو کل کتنے نوجوان لوگوں کو سروے میں شامل کیا گیا؟
- کس قسم کی موسیقی کو سب سے زیادہ لوگ پسند کرتے ہیں؟
- اگر ایک کیسٹ کمپنی 1000 سی ڈی تیار کرے تو وہ ہر قسم کی کتنی سی ڈی تیار کرے گی؟

ووٹوں کی تعداد	موسم
90	گرمی
120	برسات
150	سردی

2. 360 لوگوں کے ایک گروپ سے تین موسموں یعنی برسات، سردی اور گرمی میں سے اپنے پسندیدہ موسم کو ووٹ دینے کے لیے کہا گیا۔ ان سے موصول اعداد و شمار کو متصل تصویر میں دکھایا گیا ہے۔

- کس موسم کو سب سے زیادہ ووٹ ملے؟
- ہر سیکٹر کا مرکزی زاویہ معلوم کیجیے۔
- اس معلومات کو دکھانے کے لیے ایک پائی چارٹ بنائیے۔

3. مندرجہ ذیل معلومات کو ظاہر کرنے کے لیے ایک پائی چارٹ بنائیے۔ یہ جدول لوگوں کے ایک گروپ کے ذریعہ پسند کیے جانے والے رنگوں کو ظاہر کرتا ہے۔

لوگوں کی تعداد	رنگ
18	نیلا
9	ہرا
6	لال
3	پیلا
36	کل

ہر سیکٹر کا تناسب معلوم کیجیے۔ مثال کے طور پر، نیلا $\frac{18}{36} = \frac{1}{2}$ ہے، ہرا $\frac{9}{36} = \frac{1}{4}$ وغیرہ۔ اس کا استعمال کرتے ہوئے نظیری زاویے معلوم کیجیے۔



کوشش کیجیے

ذیل میں دیے گئے اعداد و شمار کی مدد سے پائی چارٹ بنائیے۔
ایک بچے نے ایک دن میں اس طرح اپنا وقت صرف کیا۔

- سونا — 8 گھنٹے
- اسکول — 6 گھنٹے
- گھر کا کام — 4 گھنٹے
- کھیل — 4 گھنٹے
- دیگر — 2 گھنٹے



سوچیے، بحث کیجیے اور لکھیے

مندرجہ ذیل اعداد و شمار کو ظاہر کرنے کے لیے کس قسم کا گراف مناسب ہوگا۔

1. کسی صوبہ میں گیہوں کی پیداوار

سال	2001	2002	2003	2004	2005	2006
پیداوار (لاکھ ٹن میں)	60	50	70	55	80	85

2. لوگوں کے ایک گروپ کے کھانے کی پسند

پسندیدہ کھانا	لوگوں کی تعداد
شمالی ہندوستانی	30
دکنی ہندوستانی	40
چینی	25
دیگر	25
کل	120

3. فیکٹری کے مزدوروں کے ایک گروپ کی یومیہ آمدنی

یومیہ آمدنی (روپیوں میں)	مزدوروں کی تعداد (ایک فیکٹری میں)
75-100	45
100-125	35



خریدتے ہیں اور وہ انتظار کی حالت میں (Wait listed) ہے تو آپ امکان کا سہارا لیتے ہیں۔ آپ یہ امید کرتے ہیں کہ جب آپ سفر کریں گے تب ممکن ہے کہ اس ٹکٹ پر آپ کی سیٹ محفوظ (Reserve) ہو جائے گی۔ یہاں ہم ایسے کچھ تجربوں پر غور کریں گے جن میں نتیجوں کے واقع ہونے کا امکان برابر ہو۔

5.5.1 کوئی نتیجہ حاصل کرنا

آپ نے اکثر دیکھا ہوگا کہ کرکٹ کا میچ شروع ہونے سے پہلے دونوں ٹیموں کے کپتان میدان میں جا کر یہ طے کرنے کے لیے سکہ اچھالتے ہیں کہ کون سی ٹیم پہلے بلے بازی کرے گی۔

جب ایک سکہ اچھالا جاتا ہے تو آپ کو کیا ممکن نتیجہ حاصل ہوتا ہے؟ یقیناً، ہیڈ (Head) یا ٹیل (Tail)۔

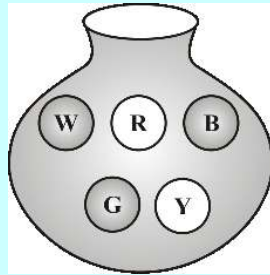
تصور کیجیے کہ آپ ٹیم کے کپتان ہیں اور آپ کا دوست دوسری ٹیم کا کپتان ہے۔ آپ ایک سکہ اچھالتے ہیں اور اپنے دوست سے ہیڈ یا ٹیل کہنے کے لیے کہتے ہیں۔ کیا آپ اس نتیجہ پر کوئی اختیار رکھ سکتے ہیں؟ اگر آپ چاہیں تو کیا آپ کو ہیڈ حاصل ہو سکتا ہے؟ یا اگر آپ چاہیں تو آپ کو ٹیل حاصل ہو سکتا ہے؟ نہیں، ایسا ممکن نہیں ہے۔ اس طرح کا تجربہ ایک بلا منصوبہ تجربہ (Random Experiment) کہلاتا ہے۔ ہیڈ یا ٹیل اس تجربہ کے دو نتیجے (Outcomes) ہیں۔



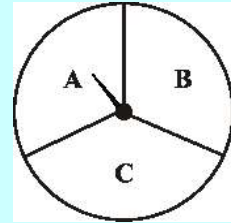
کوشش کیجیے

1. اگر آپ ایک اسکوٹر چلانا شروع کریں تو ممکن نتائج کیا ہو سکتے ہیں؟
2. جب ایک پانسہ پھینکا جاتا ہے تو چھ ممکن نتائج کیا ہو سکتے ہیں؟
3. جب آپ پیسے کو گھمائیں گے تو ممکن نتائج کیا ہوں گے (شکل 5.9)؟
ان کی فہرست بنائیے۔

(یہاں نتیجے کے معنی ہیں وہ سیکٹر جہاں سوئی گھمانے کے بعد ٹھہر جائے گی)



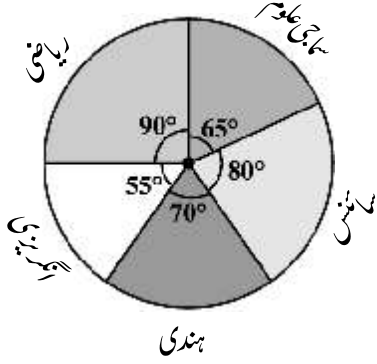
شکل 5.10



شکل 5.9

4. آپ کے پاس ایک تھیلا ہے جس میں مختلف رنگوں کی پانچ ایک جیسی گیندیں ہیں۔ آپ بنا دیکھے اس میں سے ایک گیند باہر نکال لیتے ہیں۔ حاصل ہونے والے نتیجوں کو لکھیے (شکل 5.10)۔

4. متصل پائی چارٹ ایک طالب علم کے ذریعہ امتحان میں ہندی، انگریزی، حساب، سماجی علوم اور سائنس میں حاصل کیے گئے نمبروں کو ظاہر کرتا ہے۔ اگر اس طالب علم کے ذریعہ حاصل کیے گئے کل نمبر 540 تھے تو مندرجہ ذیل سوالوں کے جواب دیجیے۔



- (i) کس مضمون میں طالب علم نے 105 نمبر حاصل کیے؟
 (اشارہ: 540 نمبروں کے لیے مرکزی زاویہ 360° ہے، اس لیے 105 نمبروں کے لیے مرکزی زاویہ کیا ہوگا؟)
- (ii) طالب علم نے ریاضی میں ہندی سے کتنے زیادہ نمبر حاصل کیے؟
- (iii) جانچ کیجیے کہ کیا سماجی علوم اور ریاضی میں حاصل کیے گئے نمبروں کا حاصل جمع سائنس اور ہندی میں حاصل کیے گئے نمبروں کے حاصل جمع سے زیادہ ہے۔ (اشارہ: مرکزی زاویوں پر غور کیجیے۔)

5. ایک ہاسٹل میں مختلف زبانیں بولنے والے طلباء کی تعداد نیچے دی گئی ہے۔ ان اعداد و شمار کو ایک پائی چارٹ کے ذریعہ دکھائیے۔

زبان	ہندی	انگریزی	مراتھی	تمل	بنگالی	کل
طلباء کی تعداد	40	12	9	7	4	72

5.5 امکان اور احتمال

کبھی کبھی ایسا ہوتا ہے کہ برسات کے موسم میں ہم برساتی لے کر باہر نکلتے ہیں اور کئی دنوں تک بارش نہیں ہوتی۔ اتفاق سے ایک دن آپ برساتی لے جانا بھول جاتے ہیں اور اس دن تیز بارش ہوتی ہے۔

کبھی کبھی ایسا ہوتا ہے کہ ایک طالب علم ایک ٹیسٹ کے لیے 5 میں سے 4 باب اچھی طرح سے یاد کرتا ہے لیکن ایک اہم سوال اس باب میں سے پوچھا جاتا ہے جس کو اس نے اچھی طرح یاد نہیں کیا تھا۔

ہر شخص جانتا ہے کہ کوئی ٹرین ہمیشہ صبح وقت پر چلتی ہے لیکن جس دن آپ صبح وقت پر پہنچتے ہیں اس دن وہ دیر سے آتی ہے!

آپ کو مندرجہ بالا ایسی بہت سی حالتوں کا سامنا کرنا پڑتا ہے جہاں آپ امکان (Chance) کا سہارا لے کر کام کرنا چاہتے ہیں لیکن وہ اس طرح نہیں ہوتا جیسا آپ چاہتے ہیں۔ کیا آپ ایسی کچھ اور مثالیں دے سکتے ہیں؟ یہ ایسی مثالیں ہیں جہاں کسی بات کے ہونے یا نہ ہونے کے امکانات برابر نہیں ہیں۔ ایک ٹرین کے وقت پر آنے یا نہ آنے کا امکان برابر نہیں ہے۔ جب آپ کوئی ٹکٹ



5.5.3 امکانات کو احتمال سے منسلک (جوڑنا) کرنا

سکے کو ایک بار اچھالنے کے تجربہ پر غور کیجیے۔ کیا نتیجہ نکلا؟ یہاں صرف دو نتیجے ہیں— ہیڈ (Head) یا ٹیل (Tail)۔ دونوں ہی نتیجے مساوی امکانی ہیں۔ ایک ہیڈ حاصل کرنے کے امکان دو نتیجوں میں سے ایک ہے یعنی $\frac{1}{2}$ ہے۔ دوسرے لفظوں میں ہم کہہ سکتے ہیں کہ ایک ہیڈ حاصل کرنے کا احتمال $= \frac{1}{2}$ ہے۔ ایک ٹیل حاصل کرنے کا احتمال کیا ہے؟

اب پانسہ پھینکنے کی مثال پر غور کیجیے جس کے رُخوں (Face) پر 1، 2، 3، 4، 5، 6 (ایک رُخ پر ایک عدد) لکھا ہے۔ اگر آپ اسے ایک بار پھینکیں تو کیا نتائج حاصل ہوں گے؟ نتیجے ہو سکتے ہیں: 1، 2، 3، 4، 5، 6۔ اس طرح یہاں چھ مساوی امکانات ہیں۔ نتیجہ '2' حاصل کرنے کا احتمال کیا ہے؟

یہ احتمال ہے: $\frac{1}{6}$ → 2 دینے والے نتیجوں کی تعداد
→ مساوی امکانی نتیجوں کی تعداد

عدد 5 حاصل کرنے کا احتمال کیا ہے؟ عدد 7 حاصل کرنے کا احتمال کیا ہے؟ 1 سے 6 تک کے عدد حاصل کرنے کا احتمال کیا ہے؟

5.5.4 وقوعوں کی شکل میں نتائج

ایک تجربہ کے ہر نتیجے یا نتیجوں کے مجموعہ سے ایک وقوعہ بنتا ہے۔ مثال کے طور پر ایک سکے کو اچھالنے کے تجربہ میں ہیڈ حاصل کرنا ایک وقوعہ ہے اور ٹیل حاصل کرنا بھی ایک وقوعہ ہے۔ ایک پانسے کو پھینکنے کی شکل میں نتائج 1، 2، 3، 4، 5 اور 6 میں سے ہر ایک نتیجے حاصل کرنا ایک وقوعہ ہے۔ کیا ایک جفت عدد حاصل کرنا ایک وقوعہ ہے؟ کیوں کہ ایک جفت عدد 2، 4 اور 6 ہو سکتا ہے۔ اس لیے ایک جفت عدد حاصل کرنا بھی ایک وقوعہ ہے۔ ایک جفت عدد حاصل کرنے کا احتمال کیا ہوگا؟

یہ احتمال ہے $\frac{3}{6}$ → ان نتائج کی تعداد جو وقوعہ بناتے ہیں
→ تجربہ کے نتائج کی کل تعداد۔

مثال 3: ایک تھیلے میں 4 لال گیندیں اور 2 پیلی گیندیں ہیں (گیندیں رنگ کے علاوہ کئی طرح سے ایک جیسی یعنی مشابہ ہیں)۔ تھیلے کے اندر سے بنا دیکھے ایک گیند نکالی جاتی ہے۔ ایک لال گیند کے نکالے جانے کا احتمال کیا ہے؟ کیا یہ ایک پیلی گیند کے نکالے جانے کا احتمال سے زیادہ ہے یا کم؟

حل: یہاں وقوعہ کے کل نتیجے $6 = (4 + 2)$ ہیں۔ لال گیند حاصل کرنے کے 4 نتیجے ہیں۔ (کیوں؟)

اس لیے، لال گیند حاصل کرنے کا احتمال $\frac{4}{6} - \frac{2}{3}$ ہے۔ اسی طرح پیلی گیند حاصل کرنے کا احتمال $\frac{2}{6} - \frac{1}{3}$ ہے۔ (کیوں؟)

لہذا لال گیند حاصل کرنے کا احتمال پیلی گیند کے حاصل کرنے کے احتمال سے زیادہ ہے۔

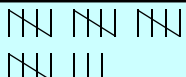
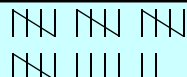
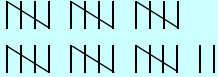

سوچیے، بحث کیجیے اور لکھیے

ایک پانسہ کو پھینکنے پر:

- کیا پہلے کھلاڑی کے چھ حاصل کرنے کا امکان زیادہ ہے؟
- کیا اس کے بعد کھیلنے والے کھلاڑی کے چھ حاصل کرنے کا امکان کم ہے؟
- مان لیجیے کہ دوسرا کھلاڑی چھ حاصل کر لیتا ہے۔ کیا اس کے معنی یہ ہیں کہ تیسرے کھلاڑی کے چھ حاصل کرنے کا کوئی امکان نہیں ہے؟

5.5.2 مساوی امکانی نتیجہ

ایک سکہ کئی مرتبہ اچھالا جاتا ہے اور جتنی بار ہیڈ یا ٹیل آتا ہے انھیں لکھ لیا جاتا ہے۔ آئیے اپنے نتائج کی شیٹ کو دیکھیں جہاں ہم اچھالوں کی تعداد میں اضافہ کرتے جا رہے ہیں:

ٹیل کی تعداد	ٹیلی مارکس (T)	ہیڈ کی تعداد	ٹیلی مارکس (H)	اچھالوں کی تعداد
23		27		50
32		28		60
37	...	33	...	70
42	...	38	...	80
46	...	44	...	90
52	...	48	...	100

غور کیجیے جب آپ اچھالوں کی تعداد بڑھاتے جاتے ہیں تو ہیڈ اور ٹیل کی تعداد ایک دوسرے کے قریب تر ہوتی جاتی ہے۔

ایسا ایک پانسے کے ساتھ بھی ہو سکتا ہے، جب اسے ایک بڑی تعداد میں پھینکا جاتا ہے۔ چھ نتیجوں میں سے ہر ایک کی تعداد تقریباً

برابر ہو جاتی ہے۔

ایسی حالتوں میں ہم کہہ سکتے ہیں کہ تجربہ کے مختلف نتائج مساوی امکانی ہیں۔ اس کا مطلب یہ ہے کہ سبھی میں سے ہر ایک نتیجہ کے

آنے کا امکان ایک ہی ہے۔

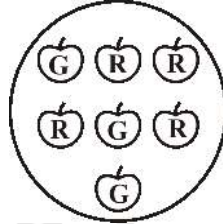


2. جب پانسہ پھینکا جاتا ہے تب مندرجہ ذیل ہر وقوعہ سے حاصل ہونے والے نتیجوں کی فہرست بنائیے؟

- (i) (a) ایک مفرد عدد (b) ایک غیر مفرد عدد
(ii) (a) 5 سے بڑا عدد (b) ایسا عدد جو 5 سے بڑا نہیں ہے

3. معلوم کیجیے۔

- (a) پوائنٹر (سوئی) کا D پر کرنے کا احتمال [سوال 1 - (a)] میں؟
(b) اچھی طرح پھیننے گئے تاش کے 52 پتوں میں سے اگا حاصل کرنے کا احتمال؟
(c) ایک لال سیب حاصل کرنے کا احتمال (نیچے دی گئی شکل کو دیکھیے)



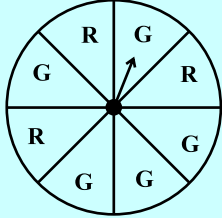
4. 10 مختلف پرچیوں پر 1 سے 10 تک کے اعداد لکھے ہیں (ایک پرچی پر ایک عدد)۔ انہیں ایک ڈبے میں رکھ کر اچھی طرح ملا دیا گیا ہے۔ ڈبے کے اندر سے بنا دیکھیے ایک پرچی نکالی گئی۔ مندرجہ ذیل کا احتمال معلوم کیجیے۔

- (i) عدد 6 حاصل کرنا؟
(ii) 6 سے چھوٹا عدد حاصل کرنا؟
(iii) 6 سے بڑا ایک عدد حاصل کرنا؟
(iv) 1 ہندسے کا ایک عدد حاصل کرنا؟
5. اگر آپ کے پاس ایک گھومنے والا پہیہ ہے جس پر 3 ہرے سیکٹر، 1 نیلا سیکٹر اور 1 لال سیکٹر ہیں۔ تو ہر سیکٹر حاصل کرنے کا احتمال کیا ہے؟ ایسا سیکٹر حاصل کرنے کا احتمال کیا ہے جو نیلا نہ ہو؟
6. سوال نمبر 2 میں دیے ہوئے وقوعوں کا احتمال معلوم کیجیے۔

ہم نے کیا سیکھا؟

1. ہمارے پاس زیادہ تر موجود اعداد و شمار جو غیر مرتب شکل میں ہوتے ہیں انہیں خام اعداد و شمار کہتے ہیں۔
2. کسی بھی اعداد و شمار سے معنی خیز نتیجہ نکالنے کے لیے ہمیں انہیں منظم طریقہ سے ترتیب دینے کی ضرورت پڑتی ہے۔
3. تعدد اس عدد کو ظاہر کرتا ہے جس کا جتنی مرتبہ کوئی خاص اندراج واقع ہوتا ہے۔

کوشش کیجیے



شکل 5.11

مان لیجیے کہ آپ پیسے کو گھماتے ہیں

1. (i) اس پیسے پر ہر ایکٹر حاصل کرنے کے نتیجوں کی تعداد اور ہر ایکٹر

حاصل نہ ہونے کے نتیجوں کی تعداد لکھیے (شکل 5.11)

(ii) ہر ایکٹر حاصل کرنے کا احتمال معلوم کیجیے۔

(iii) ہر ایکٹر حاصل نہ ہونے کا احتمال معلوم کیجیے۔

5.5.5 حقیقی زندگی سے متعلق امکان اور احتمال

ہم نے اس امکان کی بات کی تھی جس میں صرف اسی دن بارش ہوئی جب ہم برساتی کو ساتھ لے کر نہیں چلے تھے۔

آپ احتمال کی شکل میں امکان کے بارے میں کیا کہہ سکتے تھے؟ کیا یہ بارش برسات کے موسم میں 10 دن میں سے 1 دن ہو سکتی ہے؟ تب بارش ہونے کا احتمال $\frac{1}{10}$ ہے۔ بارش نہ ہونے کا احتمال $\frac{9}{10}$ ہے۔ (یہ تصور کرتے ہوئے کہ کسی دن بارش ہونا یا نہ ہونا مساوی امکانی ہے)۔

اصل زندگی کی مختلف حالتوں میں احتمال کا استعمال کیا جاتا ہے۔



1. ایک بڑے گروپ کی خصوصیات کو اس گروپ کے ایک چھوٹے حصہ

کا استعمال کرتے ہوئے معلوم کرنا۔

مثال کے طور پر، انتخابات کے دوران ایگزٹ پول کیا جاتا ہے۔

جس میں پورے شہر کے کسی بھی ایک انتخابی مرکز پر ووٹ دے کر

آنے والوں سے ووٹ ڈالنے کے لیے کہا جاتا ہے۔ اس سے

کسی امیدوار کی جیت کا اندازہ لگایا جاتا ہے اور اس بنیاد پر پیشین گوئی بھی کی جاتی ہے۔

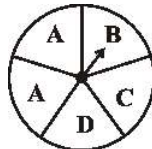
2. محکمہ موسمیات کے ذریعہ گذشتہ کئی سالوں کے اعداد و شمار کے رجحانات کو دیکھ کر موسم کے بارے میں پیشین گوئی کی

جاتی ہے۔

مشق 5.3

1. ان تجربات میں آپ جو نتیجے دیکھ سکتے ہیں انہیں لکھیے؟

(b) دو سٹکوں کو ایک ساتھ اچھالنا



(a) پہرہ کو گھمانا

4. خام اعداد و شمار کے گروپ بنائے جاسکتے ہیں اور انہیں ایک منظم طریقے سے گروپ تعداد بناؤ کی شکل میں ظاہر کیا جاسکتا ہے۔
5. مرتب اعداد و شمار کو ہسٹوگرام کی مدد سے ظاہر کیا جاسکتا ہے۔ ہسٹوگرام ایک قسم کا بار گراف ہے جس میں افقی محور پر کلاس وقفوں کو دکھایا جاتا ہے اور باروں کی لمبائیاں کلاس وقفوں کا تعداد ظاہر کرتی ہیں۔ بار کے درمیان کوئی خالی جگہ نہیں ہوتی ہے کیوں کہ کلاس وقفوں میں کوئی خالی جگہ نہیں ہوتی ہے۔
6. اعداد و شمار کو دائرہ گراف یا پائپا چارٹ کی مدد سے بھی پیش کیا جاسکتا ہے۔ ایک دائرہ گراف ایک مکمل اور اس کے حصوں کے درمیان تعلق کو ظاہر کرتا ہے۔
7. کچھ ایسے تجربے ہوتے ہیں جن میں نتیجوں کے آنے کا امکان برابر ہوتا ہے۔
8. ایک بلا منصوبہ تجربہ وہ تجربہ ہوتا ہے جس میں نتیجوں کی بالکل صحیح پیشین گوئی نہیں کی جاسکتی ہے۔
9. کسی تجربہ کے نتیجے مساوی امکانات ہوتے ہیں اگر ان کے آنے کا امکان برابر ہو۔
10. ایک وقوع کا احتمال = $\frac{\text{وقوع کو بنانے والے نتیجوں کی تعداد}}{\text{تجربہ کے نتیجوں کی کل تعداد}}$ ، اگرچہ نتیجے مساوی امکانات ہوتے ہیں۔
11. کسی تجربہ کے ایک یا زائد نتیجوں سے ایک وقوع بنتا ہے۔
12. امکانات اور احتمال اصل زندگی سے متعلق ہوتے ہیں۔

