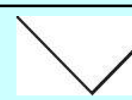
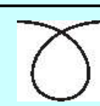
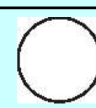
باب
3
چار ضلعی کی تفہیم

3.1 تعارف

آپ جانتے ہیں کہ کاغذ **مستوی سطح** (Plane Surface) کا ماڈل ہے۔ جب آپ پنسل کو کاغذ سے ہٹائے بغیر نقطوں کو آپس میں ملاتے ہیں (واحد نقطوں کو چھوڑ کر ڈرائنگ کے کسی بھی حصہ کو دوبارہ بنائے بغیر) تو آپ کو ایک **منحنی مستوی** (Plane Curve) حاصل ہوتی ہے۔

پچھلی جماعتوں میں آپ الگ الگ قسم کی منحنیوں کے بارے میں آپ پڑھ چکے ہیں انھیں یاد کرنے کی کوشش کیجیے۔

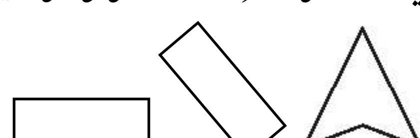
مندرجہ ذیل کو ملایئے: (احتیاط! ایک شکل ایک سے زیادہ سے بھی میل کھا سکتی ہے)۔

شکل		قسم	
(1)		(a)	سادہ بند منحنی
(2)		(b)	بند منحنی جو سادہ نہیں ہے
(3)		(c)	سادہ منحنی جو بند نہیں ہے
(4)		(d)	سادہ منحنی نہیں

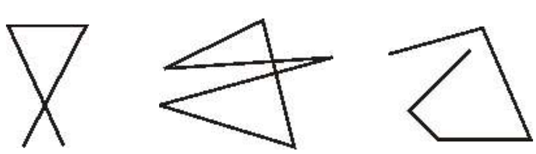
اپنے میل (matchings) کا اپنے دوستوں کے میل سے موازنہ کیجیے۔ کیا وہ راضی ہیں؟

3.2 کثیر ضلعی

ایک بند سادہ منحنی جو صرف قطعات خط کی بنی ہوئی ہو **کثیر ضلعی (Polygons)** کہلاتی ہے۔



منحنیاں جو کثیر ضلعی ہیں

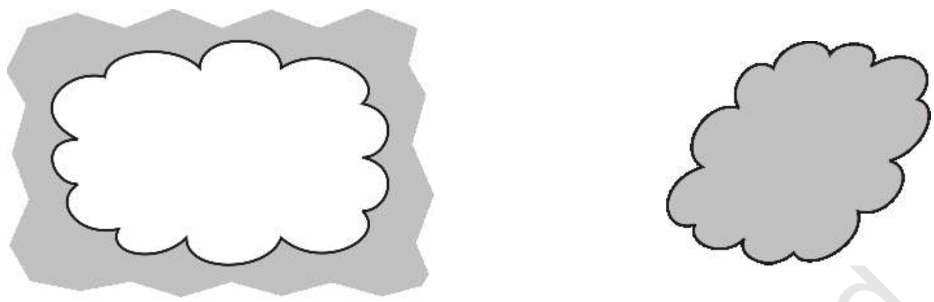


منحنیاں جو کثیر ضلعی نہیں ہیں

کیا آپ درج بالا ہر ایک شکل کے وتروں کا نام بتا سکتے ہیں؟ (شکل 3.1)

کیا $\overline{PQ}$ ایک وتر ہے؟ $\overline{LN}$ کے بارے میں آپ کا کیا خیال ہے؟

آپ بند منحنی کے **اندرون** اور **بیرون** کے بارے میں پہلے پڑھ چکے ہیں (شکل 3.2)۔

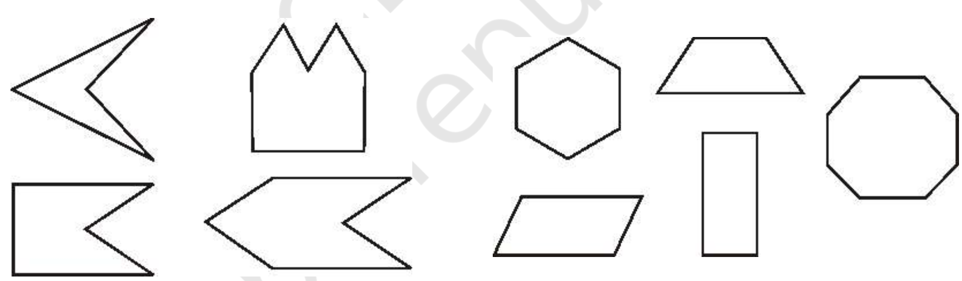


شکل 3.2

اندرون کی ایک حد (boundary) ہوتی ہے۔ کیا بیرون کی کوئی حد ہوتی ہے؟ اپنے دوستوں کے ساتھ بحث کیجیے۔

3.2.3 محدب اور مقعر کثیر ضلعی

یہاں کچھ محدب (Convex) کثیر ضلعی اور کچھ مقعر کثیر ضلعی (Concave Polygons) دیے گئے ہیں۔ (شکل 3.3)



شکل 3.3

کیا آپ معلوم کر سکتے ہیں کہ اس قسم کے کثیر ضلعی ایک دوسرے سے کس طرح مختلف ہیں؟ کثیر ضلعی جو محدب ہیں ان کے وتروں کا کوئی بھی حصہ ان کے بیرون میں نہیں ہے۔ کیا یہی بات مقعر کثیر ضلعی کے لیے بھی کہی جا سکتی ہے؟ دی ہوئی شکلوں کا مطالعہ کیجیے اور بتایئے کہ محدب اور مقعر کثیر ضلعی سے کیا مراد ہے۔ ہر ایک قسم کے دو رف خاکے بنایئے۔ اس جماعت میں ہم محدب کثیر ضلعی کے بارے میں ہی مطالعہ کریں گے۔

3.2.4 منظّم اور غیر منظّم کثیر ضلعی

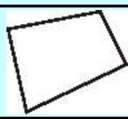
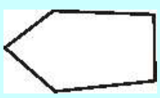
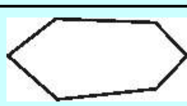
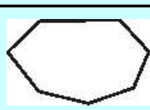
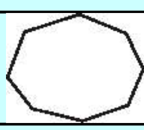
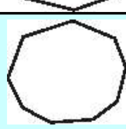
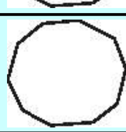
ایک منظّم کثیر ضلعی مساوی ضلعی اور 'مساوی زاویائی' دونوں ہوتا ہے۔ مثال کے طور پر مربع کے اضلاع اور اس کے زاویے مساوی ہوتے ہیں یعنی ان کے اضلاع کی لمبائی آپس میں برابر ہوتی ہیں۔ زاویوں کی پیمائش بھی برابر ہوتی ہے۔ اس لیے یہ ایک منظّم کثیر ضلعی

کثیر ضلعی کی کچھ مثالیں اور غیر مثالیں دینے کی کوشش کیجیے۔

کثیر ضلعی کی ایک رف شکل بنائیے اور اس کے اضلاع اور راسوں کی شناخت کیجیے۔

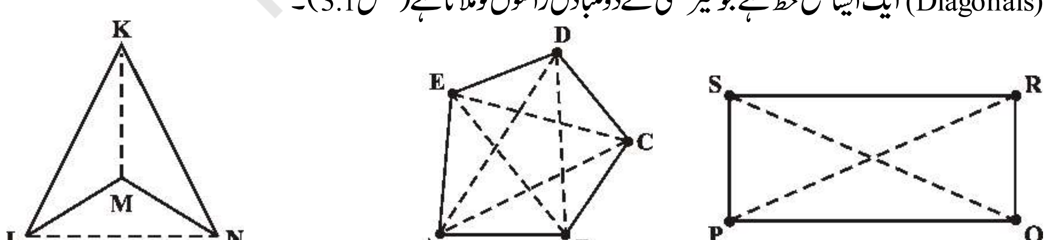
3.2.1 کثیر ضلعی کی درجہ بندی

ہم کثیر ضلعی کی درجہ بندی ان کے اضلاع کی تعداد (یا راسوں) کے مطابق کرتے ہیں۔

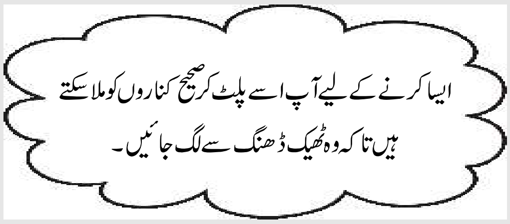
اضلاع یا راسوں کی تعداد	درجہ بندی	نمونہ شکل
3	مثلث (Triangle)	
4	چار ضلعی (Quadrilateral)	
5	پانچ ضلعی (Pentagon)	
6	مسدس (چھ ضلعی) (Hexagon)	
7	ہفت (سات) ضلعی (Heptagon)	
8	ہشت (آٹھ) ضلعی (Octagon)	
9	نہم (نو) ضلعی (Nonagon)	
10	دہم (دس) ضلعی (Decagon)	
⋮	⋮	⋮
n	n ضلعی (n-gon)	

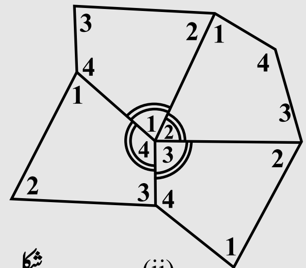
3.2.2 وتر

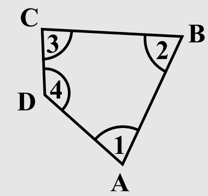
وتر (Diagonals) ایک ایسا قطع خط ہے جو کثیر ضلعی کے دو متبادل راسوں کو ملاتا ہے (شکل 3.1)۔



شکل 3.1







شکل 3.5 (ii) (i)

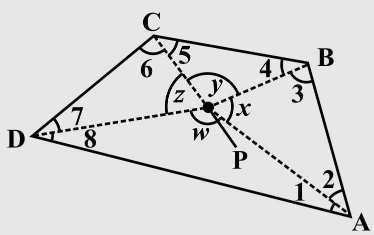
آپ $\angle 1$، $\angle 2$، $\angle 3$ اور $\angle 4$ کے مجموعے کے بارے میں کیا کہیں گے؟

[**نوٹ :** ہم زاویوں کو $\angle 1$، $\angle 2$، $\angle 3$ وغیرہ سے ظاہر کرتے ہیں اور ان کی پیمائش کو $m\angle 1$، $m\angle 2$، $m\angle 3$ وغیرہ سے ظاہر کرتے ہیں]

ایک چار ضلعی کے چاروں زاویوں کی پیمائش کا حاصل جمع __________ ہوتا ہے۔

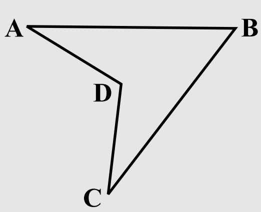
آپ اس نتیجہ پر اور بہت سے طریقوں سے بھی پہنچ سکتے ہیں۔

3. چار ضلعی ABCD کے بارے میں دوبارہ غور کیجیے (شکل 3.6)۔ مان لیجیے اس کے اندرون میں ایک نقطہ P ہے۔ P کو A، B، C اور D راسوں سے ملائیے۔ شکل میں، ΔPAB پر غور کیجیے۔ اس میں، ہم دیکھتے ہیں کہ $x = 180° - m\angle 2 - m\angle 3$; اسی طرح ΔPBC سے $y = 180° - m\angle 4 - m\angle 5$، ΔPCD سے $z = 180° - m\angle 6 - m\angle 7$ اور ΔPDA سے $w = 180° - m\angle 8 - m\angle 1$ ہے اس کا استعمال کر کے کل پیمائش $m\angle 1 + m\angle 2 + ... m\angle 8$ معلوم کیجیے، کیا یہ آپ کو نتیجہ تک پہنچنے میں مدد کرتا ہے؟ یاد رکھیے $\angle x + \angle y + \angle z + \angle w = 360°$ ہے۔



شکل 3.6

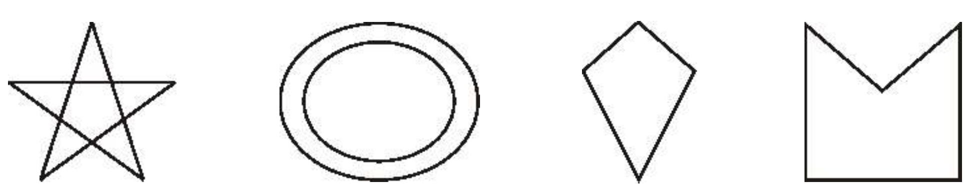
4. یہ سبھی چار ضلعی محدب تھے۔ اگر چار ضلعی محدب نہیں ہوتے تو کیا ہوتا؟ چار ضلعی ABCD پر غور کیجیے۔ اسے دو مثلثوں میں تقسیم کیجیے اور ان کے اندرونی زاویوں کا حاصل جمع معلوم کیجیے (شکل 3.7)۔



شکل 3.7

مشق 3.1

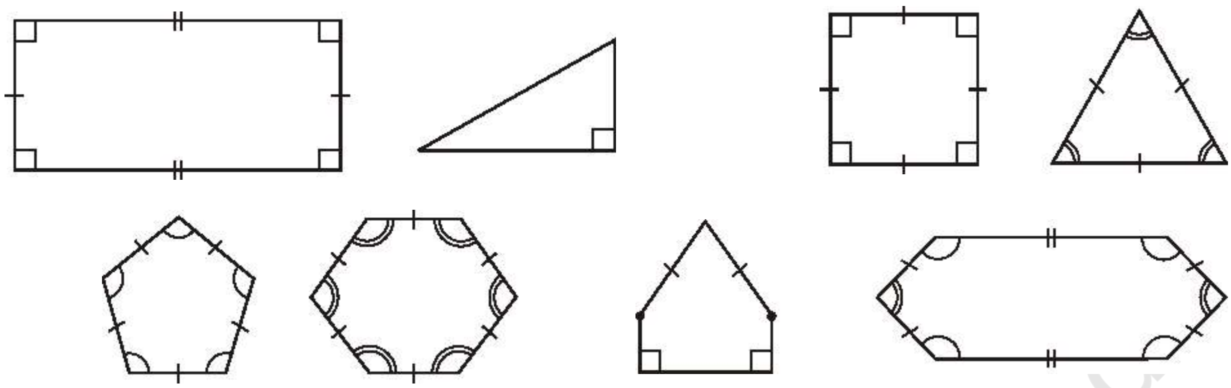
1. یہاں کچھ شکلیں دی گئی ہیں۔



(4) (3) (2) (1)

(Regular Polygon) ہے۔ ایک مستطیل مساوی زاویائی ہوتا ہے لیکن مساوی ضلعی نہیں ہوتا۔ کیا مستطیل ایک منظّم کثیر ضلعی ہے؟

کیا ایک مساوی ضلعی مثلث ایک منظّم کثیر ضلعی ہے؟ کیوں؟



منظّم کثیر ضلعی

کثیر ضلعی جو منظّم نہیں ہیں

[نوٹ: یا کا استعمال مساوی لمبائی والے قطعات کو ظاہر کرتا ہے]

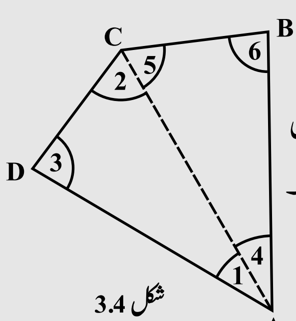
پچھلی جماعتوں میں آپ نے کسی ایسے چار ضلعی کو دیکھا ہے جو مساوی ضلعی تو ہے لیکن مساوی زاویائی نہیں؟ یاد کیجیے کہ آپ نے پچھلی جماعتوں میں ایسے کئی قسم کے چار ضلعی دیکھے ہیں جیسے مستطیل، معین اور مربع وغیرہ۔

کیا ایسا کوئی مثلث ہے جو مساوی ضلعی تو ہے لیکن مساوی زاویائی نہیں؟

3.2.5 زاویوں کی جمعی خصوصیات

کیا آپ کو ایک مثلث کے زاویوں کی جمعی خصوصیت یاد ہے؟ مثلث کے تینوں زاویوں کی پیائش کا حاصل جمع 180° ہوتا ہے۔ ذرا اُس طریقے کو دوہرائیے جس کی مدد سے ہم اس حقیقت کو ثابت کرتے ہیں۔ اب ہم اس تصور کی توسیع چار ضلعی کے لیے کرنے کی کوشش کرتے ہیں۔

اسے کیجیے

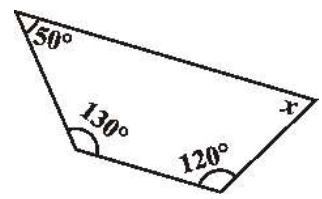


شکل 3.4

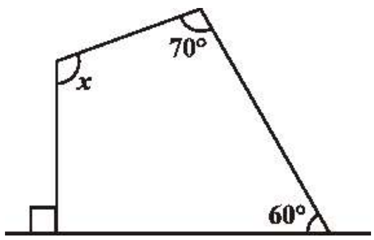
1. کوئی ایک چار ضلعی لیجیے، جیسے A B C D (شکل 3.4)۔ اس کو وتر بنا کر دو مثلثوں میں تقسیم کیجیے۔ اس طرح آپ کو چھ زاویے 1, 2, 3, 4, 5 اور 6 حاصل ہوتے ہیں۔ مثلث کے زاویوں کی جمعی خصوصیت کا استعمال کر کے بحث کیجیے کہ کس طرح سے $\angle A$, $\angle B$, $\angle C$ اور $\angle D$ کا حاصل جمع $180^\circ + 180^\circ = 360^\circ$ کے برابر ہے۔

2. کسی چار ضلعی A B C D کے چار مماثل گتے کی کاپیاں لیجیے جس میں اس طرح کے زاویے ہوں جیسے کہ [شکل 3.5 (i) میں] دکھائے گئے ہیں۔ ان کاپیوں کو شکل میں دکھائے گئے طریقے سے ترتیب دیجیے۔ جہاں زاویہ $\angle 1$، $\angle 2$، $\angle 3$، $\angle 4$ ایک نقطہ پر ملتے ہیں [شکل 3.5 (ii)]۔

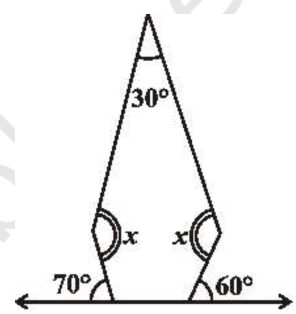
6. مندرجہ ذیل شکلوں میں x کی قدر (زاویوں کی قدر) معلوم کیجیے۔



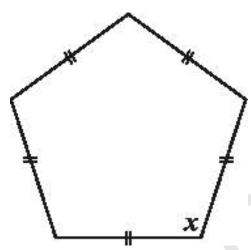
(a)



(b)

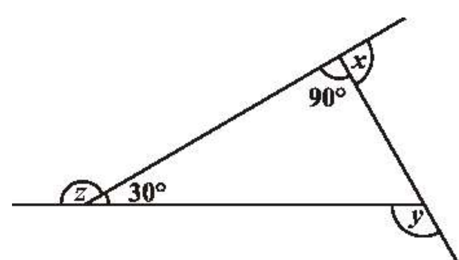


(c)

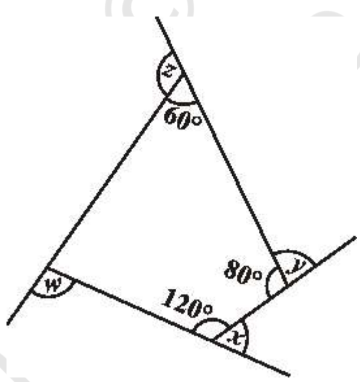


(d)

7.



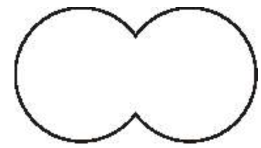
(a) $x+y+z$ معلوم کیجیے



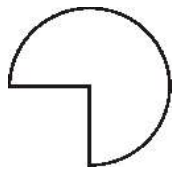
(b) $x+y+z+w$ معلوم کیجیے

3.3 ایک کثیر ضلعی کے خارجی زاویوں کی پیمائشوں کا حاصل جمع

بہت سی حالتوں میں خارجی زاویوں کی معلومات داخلی زاویوں اور اضلاع کی قسم پر روشنی ڈالتی ہے۔


(5)


(6)


(7)


(8)

مندرجہ ذیل کی بنیاد پر ان میں سے ہر ایک کی درجہ بندی کیجیے۔

(a) سادہ منحنی (b) سادہ بند منحنی (c) کثیر ضلعی

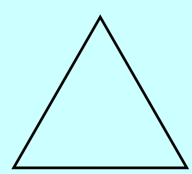
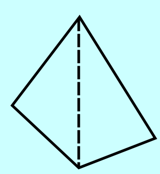
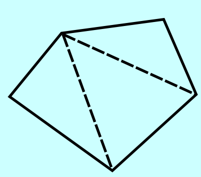
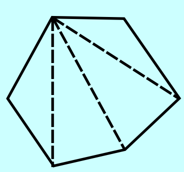
(d) محدب کثیر ضلعی (e) مقعر کثیر ضلعی

2. مندرجہ ذیل میں کتنے وتر ہیں؟

(a) ایک محدب چار ضلعی (b) ایک منظم مسدس (چھ ضلعی) (c) ایک مثلث

3. محدب کثیر ضلعی کے زاویوں کی پیائشوں کا حاصل جمع کیا ہے؟ اگر چار ضلعی محدب نہ ہو تو کیا یہ خصوصیت لاگو ہوگی؟ (ایک غیر محدب چار ضلعی بنایئے اور کوشش کیجیے!)

4. جدول کی جانچ کیجیے (ہر ایک شکل مثلثوں میں بٹی ہوئی ہے۔ اور اس سے زاویوں کا حاصل جمع معلوم کیجیے۔)

شکل				
ضلع	3	4	5	6
زاویوں کا حاصل جمع	180°	$2 \times 180^\circ$ $= (4-2) \times 180^\circ$	$3 \times 180^\circ$ $= (5-2) \times 180^\circ$	$4 \times 180^\circ$ $= (6-2) \times 180^\circ$

ایک مقعر کثیر ضلعی کے زاویوں کے حاصل جمع کے بارے میں آپ کیا کہیں گے اگر اس کے اضلاع کی تعداد مندرجہ ذیل ہے؟

(a) 7 (b) 8 (c) 10 (d) n

5. ایک منظم کثیر ضلعی کیا ہے؟

منظم کثیر ضلعی کا نام بتایئے جس میں

(i) 3 اضلاع ہوں (ii) 4 اضلاع ہوں (iii) 6 اضلاع ہوں

مثال 2 : ایک کثیر ضلعی کے اضلاع کی تعداد معلوم کیجیے جس کے ہر ایک خارجی زاویہ کی پیمائش 45° ہے۔

حل : تمام خارجی زاویوں کی کل پیمائش = 360°

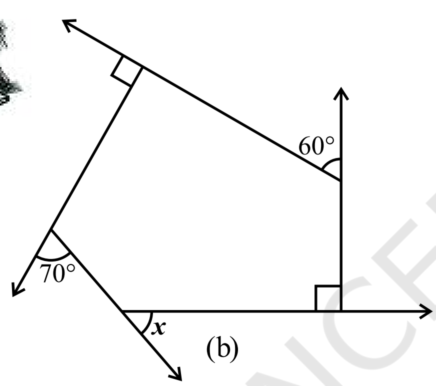
ہر ایک بیرونی زاویہ کی پیمائش = 45°

اس لیے، بیرونی زاویوں کی تعداد = $\frac{360}{45} = 8$

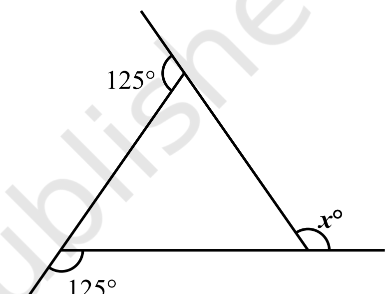
کثیر ضلعی کے 8 ضلعے ہیں۔

مشق 3.2

1. مندرجہ ذیل اشکال میں x معلوم کیجیے۔



(b)



(a)

2. ایک منظّم کثیر ضلعی کے بیرونی زاویہ کی پیمائش معلوم کیجیے جس میں
(i) 9 اضلاع ہوں (ii) 15 اضلاع ہوں

3. ایک منظّم کثیر ضلعی میں کتنے اضلاع ہوں گے اگر ایک خارجی زاویہ کی پیمائش 24° ہے؟

4. ایک منظّم کثیر ضلعی میں اضلاع کی تعداد کیا ہوگی اگر اس کے ہر ایک داخلی زاویہ کی پیمائش 165° ہو؟

5. (a) کیا ایسا کثیر ضلعی ممکن ہے جس کے ہر خارجی زاویہ 22° کی پیمائش ہو؟
(b) کیا یہ ایک منظّم کثیر ضلعی کا داخلی زاویہ ہوسکتا ہے؟ کیوں؟

6. (a) ایک منظّم کثیر ضلعی میں کم سے کم کتنی پیمائش کا داخلی زاویہ ممکن ہے؟
(b) ایک منظّم کثیر ضلعی میں زیادہ سے زیادہ کتنی پیمائش کا بیرونی زاویہ ممکن ہے؟

3.4 چار ضلعی کی قسمیں

اضلاع یا زاویوں کی بنیاد پر چار ضلعی کو مخصوص نام دیے جاسکتے ہیں۔

3.4.1 منحرف

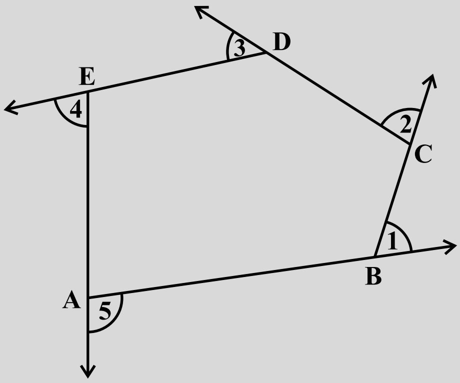
منحرف (Trapezium) ایک ایسا چار ضلعی ہے جس میں اضلاع کا ایک جوڑا متوازی ہوتا ہے۔

اسے کیجیے

فرش پر چاک سے ایک کثیر ضلعی بنائیے (شکل میں ایک پانچ ضلعی ABCDE دکھایا گیا ہے)(شکل 3.8)۔

ہم زاویوں کی کل پیمائش معلوم کرنا چاہتے ہیں یعنی

$m\angle 1 + m\angle 2 + m\angle 3 + m\angle 4 + m\angle 5$ کا حاصل جمع۔



شکل 3.8

A سے شروع کیجیے۔ $\overline{AB}$ کے برابر چلیے۔ B پر پہنچنے کے بعد آپ کو زاویہ $m\angle 1$ پر گھومنے کی ضرورت ہے جس سے آپ $\overline{BC}$ کے برابر چل سکیں۔ C پر پہنچنے کے بعد $\overline{CD}$ کے برابر چلنے کے لیے آپ کو زاویہ $m\angle 2$ پر گھومنے کی ضرورت ہے۔ آپ اسی طرح چلنا جاری رکھیں جب تک آپ A B پر نہیں پہنچ جاتے۔ اس طرح آپ نے ایک پورا چکر گھوم لیا ہے۔

اس لیے $m\angle 1 + m\angle 2 + m\angle 3 + m\angle 4 + m\angle 5 = 360°$ ہے۔ ایک کثیر ضلعی کے کتنے بھی اضلاع ہوں ان سب کے لیے یہ صحیح ہے۔

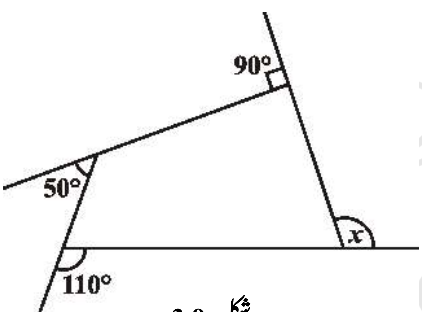
اس لیے کسی بھی کثیر ضلعی کے خارجی زاویوں کا حاصل جمع 360° ہوتا ھے۔

مثال 1 : شکل 3.9 میں x کی پیمائش معلوم کیجیے۔

حل : $x + 90° + 50° + 110° = 360°$ (کیوں؟)

$x + 250° = 360°$

$x = 110°$

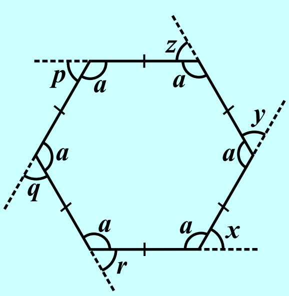


شکل 3.9

کوشش کیجیے

ایک منظم چھ ضلعی مسدس شکل 3.10 کو لیجیے

1. اس کے خارجی زاویوں $x, y, z, p, q, r,$ کی پیمائشوں کا حاصل جمع کیا ہے؟
2. کیا $x = y = z = p = q = r$? ہے، کیوں؟
3. ہر ایک کی پیمائش کیا ہے؟
   (i) خارجی زاویہ (ii) داخلی زاویہ
4. اس عمل کو مندرجہ ذیل معاملوں میں دوہرائیے
   (i) ایک منظّم 8 ضلعی (ii) ایک منظّم 20 ضلعی



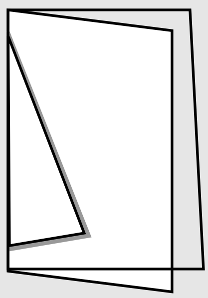
شکل 3.10

ان شکلوں کا مطالعہ کیجیے اور بتائیے کہ پتنگ کیسی ہے۔ مشاہدہ کیجیے

(i) پتنگ کے 4 اضلاع ہیں (یہ ایک چار ضلعی ہے)۔

(ii) اس میں دو الگ الگ لگاتار اضلاع کے جوڑے ہوتے ہیں جن کی لمبائی برابر ہوتی ہے۔

اسے کیجیے



شکل 3.12

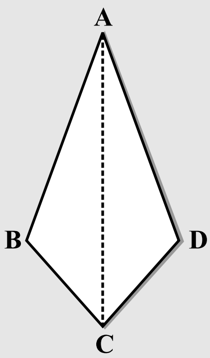
ثابت کیجیے کہ ΔABC اور ΔADC مماثل ہیں۔ ہم اسے کس طرح ثابت کرسکتے ہیں؟

ایک موٹے کاغذ کی سفید شیٹ لیجیے۔

اس کاغذ کو ایک مرتبہ موڑیئے۔

دو الگ الگ لمبائی والے قطعات خط کھینچیے جیسا کہ شکل 3.12 میں ظاہر کیا گیا ہے۔ ان قطعات کو خطوط کے ہمراہ کاٹیے اور کھولیے۔

آپ کو ایک پتنگ کی شکل حاصل ہوتی ہے (شکل 3.13)۔



شکل 3.13

کیا پتنگ میں کوئی مشابہت کا خط ہے؟

پتنگ کے دونوں وتروں کو موڑیئے۔ سیٹ اسکوائر کے استعمال سے جانچیے کہ کیا وہ ایک دوسرے کو زاویہ قائمہ پر قطع کرتے ہیں۔ کیا وتر برابر لمبائی کے ہیں؟ جانچ کیجیے کہ (کاغذ کو موڑنے یا ناپنے سے) اگر وتر ایک دوسرے کے تنصیف کرتے ہیں۔

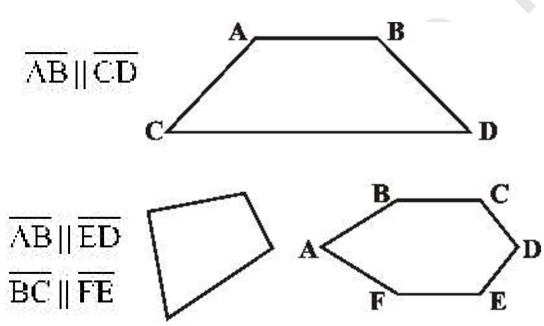
پتنگ کے ایک زاویہ کو وتر کے ہمراہ مخالف موڑنے پر برابر پیائش والے زاویوں کو ناپیے۔

وتروں پر پڑی تہہ کا مشاہدہ کیجیے کیا وتر ایک زاویائی ناصف ہے؟

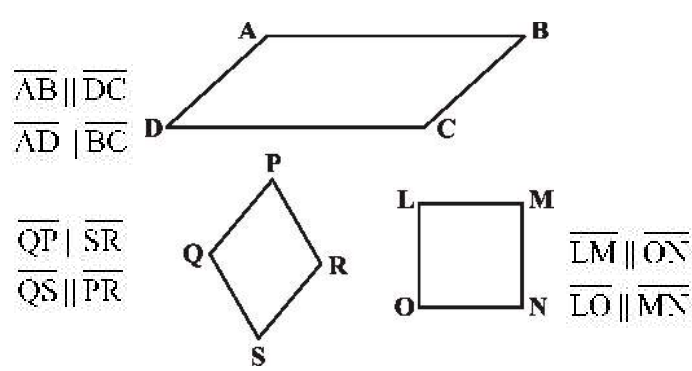
اپنے نتائج دوستوں کو بتائیے اور ان کی فہرست بنائیے۔ ان نتیجوں کا خلاصہ آپ کو اسی باب میں ہی کسی جگہ ملے گا۔

3.4.3 متوازی الاضلاع

متوازی الاضلاع (Parallelogram) ایک چار ضلعی ہے۔ جیسا کہ نام سے ظاہر ہے اس کا تعلق متوازی خطوط سے ہے۔

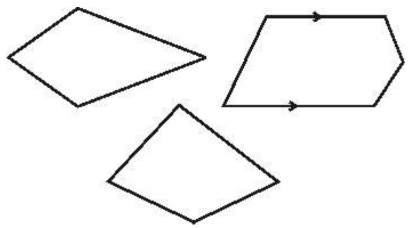


یہ متوازی الاضلاع نہیں ہیں

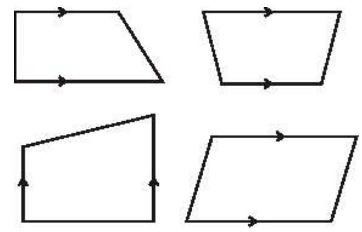


یہ متوازی الاضلاع ہیں

ان اشکال کا مطالعہ کیجیے اور اپنے الفاظ میں بتائیے کہ متوازی الاضلاع سے ہماری کیا مراد ہے۔ اپنے مشاہدات سے اپنے دوستوں کو آگاہ کیجیے۔



یہ منخرف نہیں ہیں

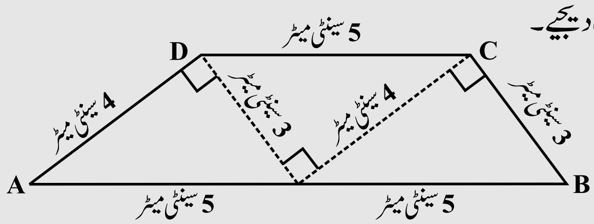


یہ منخرف ہیں

درج بالا شکلوں پر غور کیجیے (مطالعہ کیجیے) اور اپنے دوستوں کے ساتھ بحث کیجیے کہ کیوں ان میں سے کچھ منخرف ہیں اور کچھ نہیں ہیں۔ (نوٹ: تیر کا نشان متوازی خطوط ظاہر کرتا ھے۔)

اسے کیجیے

1. مماثل مثلثوں کے کٹے ہوئے حصے لیجیے جن کے اضلاع 3 سینٹی میٹر، 4 سینٹی میٹر، 5 سینٹی میٹر ہیں۔ انھیں (شکل 3.11) کے مطابق ترتیب دیجیے۔



شکل 3.11

آپ کو ایک منخرف حاصل ہوتا ہے۔ (اس کی جانچ کیجیے!) یہاں کون سے اضلاع متوازی ہیں؟ کیا غیر مساوی اضلاع برابر پیمائش کے ہونے چاہیے؟

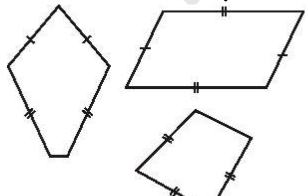
یکساں مثلثوں کے گروپ کا استعمال کر کے آپ دو اور منخرف حاصل کر سکتے ہیں۔ انھیں تلاش کیجیے اور ان کی شکلوں پر بحث کیجیے۔

2. اپنے اور اپنے دوستوں کے جیومیٹری باکسوں سے چار سیٹ اسکوائر لیجیے۔ انھیں الگ الگ تعداد میں استعمال کر کے ساتھ ساتھ رکھیے اور الگ الگ منخرف حاصل کیجیے۔

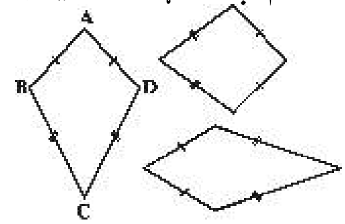
اگر منخرف کے غیر متوازی اضلاع لمبائی کے اعتبار سے برابر ہوں تو ہم اسے مساوی الساقین منحرف کہتے ہیں۔ کیا آپ کو اوپر کی گئی جانچ میں کوئی مساوی الساقین منخرف حاصل ہوتا ہے؟

3.4.2 پتنگ

پتنگ ایک خاص قسم کا چار ضلعی ہے۔ شکل میں ایک جیسے نشان لگے ہوئے ضلع برابر ہیں۔ مثال کے طور پر AD=AB اور BC=CD



یہ پتنگیں نہیں ہیں



یہ پتنگیں ہیں

$\overline{AB}$ اور $\overline{BC}$ **متصل اضلاع** ہیں۔اس کا مطلب یہ ہے کہ جہاں ایک ضلع ختم ہوتا ہے وہاں سے دوسرا ضلع شروع ہوتا ہے۔

کیا $\overline{BC}$ اور $\overline{CD}$ بھی متصل اضلاع ہیں؟ دو اور متصل اضلاع تلاش کرنے کی کوشش کیجیے۔

$\angle A$ اور $\angle B$ **لگاتار زاویہ** ہیں۔ وہ اسی ضلع کے آخر میں ہیں۔ $\angle B$ اور $\angle C$ بھی لگاتار زاویے ہیں۔ متوازی الاضلاع کے دوسرے لگاتار زاویوں کے جوڑوں کی پہچان کیجیے۔

اسے کیجیے

دو ایک جیسے متوازی الاضلاع کے کٹے ہوئے حصے ABCD اور A′B′C′D′ لیجیے (شکل 3.19)۔

شکل 3.19

یہاں پر ضلع $\overline{AB}$ ضلع $\overline{A'B'}$ کے مساوی ہے لیکن ان کے نام الگ الگ ہیں۔ اسی طرح باقی نظیری اضلاع بھی مساوی ہیں۔

$\overline{A'B'}$ کو $\overline{DC}$ کے اوپر رکھیے۔ کیا وہ ایک دوسرے پر منطبق ہیں؟ اب $\overline{AB}$ اور $\overline{DC}$ کی لمبائی کے بارے میں آپ کیا کہہ سکتے ہیں؟

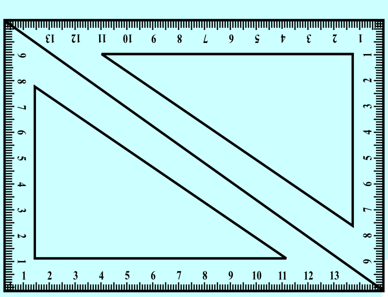
اسی طرح سے $\overline{AD}$ اور $\overline{BC}$ کی لمبائی کی بھی جانچ کیجیے۔ آپ کو کیا حاصل ہوتا ہے؟

آپ اس نتیجے تک $\overline{AB}$ اور $\overline{DC}$ کی پیمائش کر کے بھی پہنچ سکتے ہیں۔

خصوصیت: متوازی الاضلاع کے مقابل اضلاع کی لمبائی برابر ہوتی ہے۔

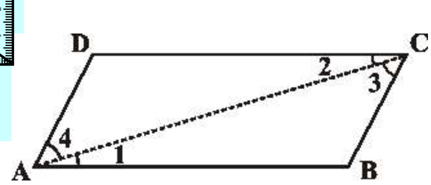
کوشش کیجیے

$30° - 60° - 90°$ زاویے والے دو ایک جیسے سیٹ اسکوائر لے کر پہلے ہی کی طرح انھیں متصل انداز میں رکھ کر ایک متوازی الاضلاع بنائیے۔ کیا اس طرح سے حاصل شکل درج بالا خصوصیت کی تصدیق کرتی ہے؟ جیسا کہ شکل 3.20 میں ظاہر کیا گیا ہے۔



شکل 3.20

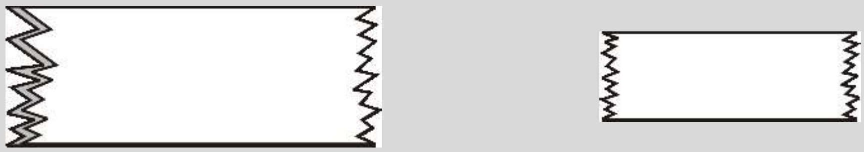
ایک متوازی الاضلاع ABCD (شکل 3.21) پر غور کیجیے۔ کوئی ایک وتر کھینچیے، مان لیجیے $\overline{AC}$



شکل 3.21

اسے کیجیے

دو مختلف چوڑائی والے گتے کی مستطیل نما پٹیاں لیجیے (شکل 3.14)۔



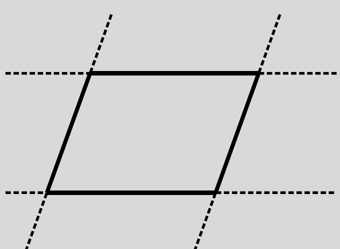
پٹی 2   شکل 3.14   پٹی 1

شکل 3.15

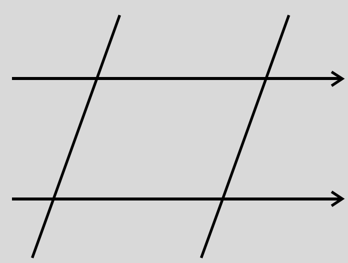
ایک گتے کی پٹی کو مستوی پر رکھیے اور ان کے کناروں کے ہمراہ خطوط کھینچیے جیسا کہ شکل میں کھینچا گیا ہے (شکل 3.15)

اب دوسری پٹی کو کھینچے گئے خطوط کے اوپر ترچھی حالت میں رکھیے اور اس کا استعمال کرتے ہوئے دو خطوط اور کھینچیے جیسا کہ (شکل 3.16) میں دکھایا گیا ہے۔

ان چار خطوط سے بنی بند شکل چار ضلعی ہے۔ یہ متوازی خطوط کے دو جوڑوں سے مل کر بنی ہے (شکل 3.17)۔



شکل 3.17

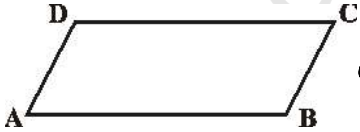


شکل 3.16

یہ ایک متوازی الاضلاع ہے۔

متوازی الاضلاع ایک ایسا چار ضلعی ہے جس کے مقابل اضلاع متوازی ہوتے ہیں۔

3.4.4 متوازی الاضلاع کے عناصر



شکل 3.18

ایک متوازی الاضلاع کے چار اضلاع اور چار زاویے ہوتے ہیں۔ ان میں کچھ کی پیمائش برابر ہوتی ہے۔ آپ کو ان عناصر سے متعلق کچھ ارکان کو یاد رکھنے کی ضرورت ہے۔

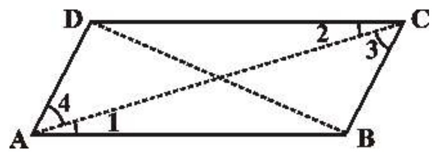
ایک متوازی الاضلاع A B C D دیا گیا ہے (شکل 3.18)

$\overline{AB}$ اور $\overline{DC}$ اس کے **مقابل اضلاع** ہیں۔ $\overline{AD}$ اور $\overline{BC}$ مقابل اضلاع کا دوسرا جوڑ بناتے ہیں۔

$\angle A$ اور $\angle C$ **مقابل زاویوں کا ایک جوڑا** ہے؛ اسی طرح $\angle B$ اور $\angle D$ اس کے مقابل زاویوں کا ایک دوسرا جوڑا ہے۔

کوشش کیجیے

دو ایک جیسے $30°–60°–90°$ زاویوں والے سیٹ اسکوائر لیجیے اور متوازی الاضلاع بنائیے جس طرح آپ پہلے بنا چکے ہیں۔
کیا اس طرح سے حاصل شکل درج بالا خصوصیت کی تصدیق کرتی ہے؟



شکل 3.24

آپ منطقی دلیل کے ذریعہ اس کی مزید تصدیق کر سکتے ہیں۔

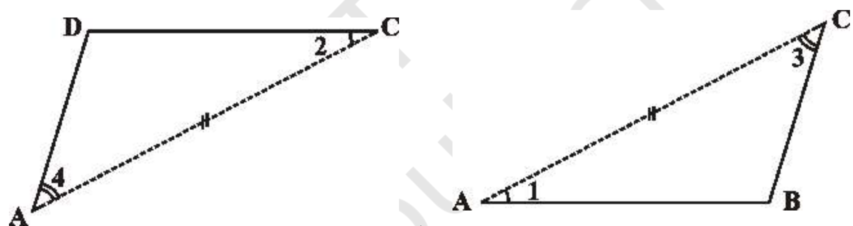
اگر $\overline{AC}$ اور $\overline{BD}$ متوازی الاضلاع کے وتر ہیں (شکل 3.24)

تو آپ کو حاصل ہوتا ہے

$\angle 1 = \angle 2$ اور $\angle 4 = \angle 3$ (کیوں؟)

ΔABC اور ΔADC (شکل 3.25) کا الگ الگ مطالعہ کرنے پر آپ دیکھ سکتے ہیں کہ مماثلث کی ASA شرط کی رو سے

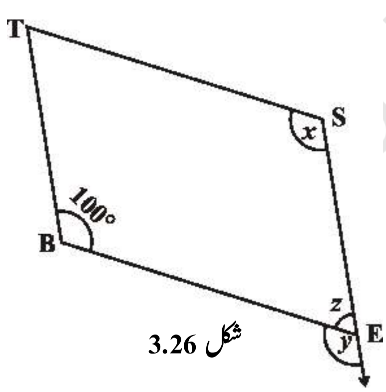
$\Delta ABC \cong \Delta CDA$ (کس طرح؟)



شکل 3.25

اس سے پتا چلتا ہے کہ $\angle B$ اور $\angle D$ کی پیمائش ایک ہی ہے۔ اسی طرح سے آپ کو $m\angle A = m\angle C$ حاصل ہوتا ہے۔

مثال 4 : شکل 3.26 میں BEST ایک متوازی الاضلاع ہے۔ x ، y اور z کی قدریں معلوم کیجیے۔



شکل 3.26

حل : S، B کے مقابل ہے۔

اس لیے $x = 100°$ (مقابل زاویہ خصوصیت کی رو)

$y = 100°$ ($\angle x$ کے نظیری زاویہ کی پیمائش)

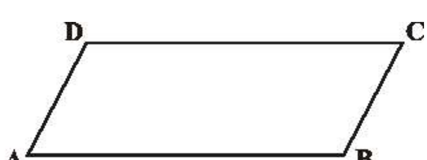
$z = 80°$ (کیوں کہ $\angle z$، $\angle y$ ایک خطی جوڑا ہے)

اب ہم اپنی توجہ متوازی الاضلاع کے لگاتار زاویوں کی طرف مرکوز کرتے ہیں۔

متوازی الاضلاع ABCD میں (شکل 3.27)

$\angle A$ اور $\angle D$ زاویے ہیں کیوں کہ $\overline{AB} \parallel \overline{DC}$ اور قاطع $\overline{DA}$ کے مطابق یہ دونوں زاویہ مقابل خارجی زاویے پر ہیں۔

$\angle A$ اور $\angle B$ بھی تتمی زاویہ ہیں کیا آپ کہہ سکتے ہیں، کیوں؟



شکل 3.27

زاویوں کو دیکھیے

$\angle 1 = \angle 2$ اور $\angle 3 = \angle 4$ (کیوں؟)

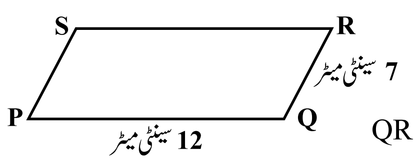
کیوں کہ مثلثوں ABC اور ADC میں $\angle 1 = \angle 2$، $\angle 3 = \angle 4$

اور $\overline{AC}$ مشترک ہے۔اس لیے متماثلث ASA شرط کی رو سے

$\Delta ABC \cong \Delta CDA$ (یہاں ASA کا استعمال کیسے ہوا؟)

حاصل ہوتا ہے $AB = DC$ اور $BC = AD$

مثال 3 : متوازی الاضلاع PQRS (شکل 3.22) کا احاطہ معلوم کیجیے۔



شکل 3.22

حل : متوازی الاضلاع میں مقابل اضلاع برابر ہوتے ہیں۔

اس لیے $PQ = SR =$ 12 سینٹی میٹر اور $QR = PS =$ 7 سینٹی میٹر

اس لیے احاطہ $= PQ + QR + RS + SP$

$=$ 12 سینٹی میٹر + 7 سینٹی میٹر + 12 سینٹی میٹر + 7 سینٹی میٹر = 38 سینٹی میٹر

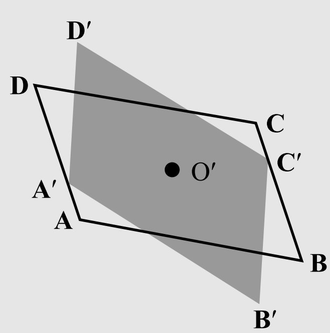
3.4.5 متوازی الاضلاع کے زاویے

ہم نے متوازی الاضلاع کے (مقابل) اضلاع سے متعلق خصوصیت کا مطالعہ کیا ہے۔ہم زاویوں کے بارے میں کیا کہہ سکتے ہیں؟

اسے کیجیے

مان لیجیے ABCD ایک متوازی الاضلاع ہے (شکل 3.23)۔

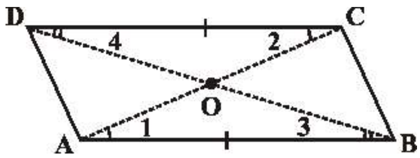
ایک ٹریسنگ شیٹ پر اس کی نقل کیجیے۔اس نقل کو A′ B′ C′ D′ نام دیجیے۔A′ B′ C′ D′ کو ABCD پر رکھیے۔دونوں چار ضلعی کو آپس میں ملا کر اس نقطہ پر پن لگائیے جہاں دونوں وتر ملتے ہیں۔شفاف (Transparent) شیٹ کو 180° پر گھمائیے۔دونوں متوازی الاضلاع اب بھی منطبق ہیں؛ لیکن اب آپ A′ کو پوری طرح سے C کے اوپر اور C کو پوری طرح سے B کے اوپر پائیں گے: اسی طرح سے B، D کے اوپر ہوگا؛ اسی طرح برعکس طریقہ سے بھی یہ صحیح ہے۔



شکل 3.23

کیا اس وجہ سے آپ کو زاویہ A اور C کی پیائش کے بارے میں کچھ معلوم ہوتا ہے؟ اسی طریقہ سے زاویہ B اور D کی بھی جانچ کیجیے اور جو نتیجہ حاصل ہوا سے بیان کیجیے۔

خصوصیت: متوازی الاضلاع کے مقابل زاویوں کی پیمائش برابر ہوتی ہے۔



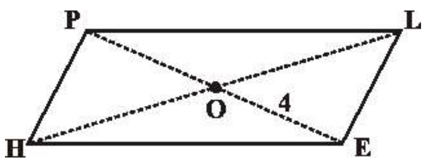
شکل 3.30

اس خصوصیت پر بحث کرنا اور اس کی تصدیق کرنا مشکل نہیں ہے۔

شکل 3.30 سے، ASA شرط کے استعمال سے یہ دیکھنا آسان ہے کہ

$\Delta AOB \cong \Delta COD$ (ASA شرط یہاں کس طرح استعمال ہوئی؟)

اس سے حاصل ہوتا ہے $AO = CO$ اور $BO = DO$



شکل 3.31

مثال 6 : شکل 3.31 میں HELP ایک متوازی الاضلاع ہے۔ (لمبائی سینٹی میٹر میں) دیا ہوا ہے $OE = 4$ اور HL، PE سے 5 زیادہ ہے؟ OH معلوم کیجیے۔

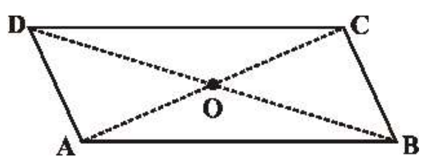
حل : اگر $OE = 4$ تب OP بھی 4 ہے (کیوں؟)

اس لیے $PE=8$ (کیوں؟)

لہٰذا $HL = 8 + 5 = 13$

اس طرح $OH = \frac{1}{2} \times 13 = 6.5$ (سینٹی میٹر)

مشق 3.3



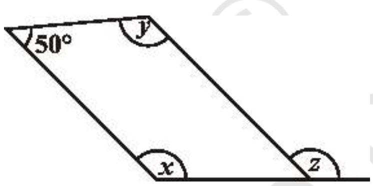
1. متوازی الاضلاع ABCD دیا ہوا ہے۔ ہر بیان کو تعریف یا خصوصیت کے ساتھ پُر کیجیے۔

(i) $AD = ...$ (ii) $\angle DCB = ...$

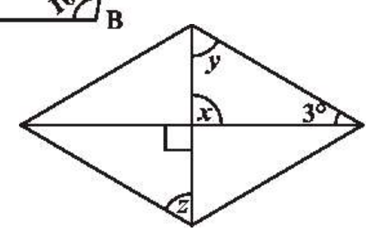
(iii) $OC = ...$ (iv) $m\angle DAB + m\angle CDA = ...$

2. مندرجہ ذیل متوازی الاضلاع پر غور کیجیے۔ نامعلوم x, y اور z کی قدریں معلوم کیجیے۔

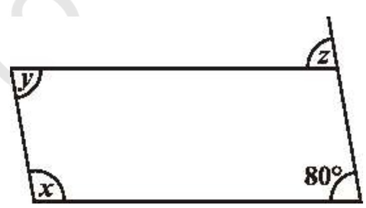
(i)



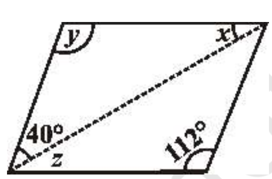
(ii)



(iii)



(iv)



(v)

3. کیا ایک چار ضلعی ABCD ایک متوازی الاضلاع ہوسکتا ہے اگر

(i) $\angle D + \angle B = 180°$

(ii) $AD = 4$ سینٹی میٹر، $AB = DC = 8$ سینٹی میٹر اور $BC = 4.4$ سینٹی میٹر

(iii) $\angle A = 70°$ اور $\angle C = 65°$

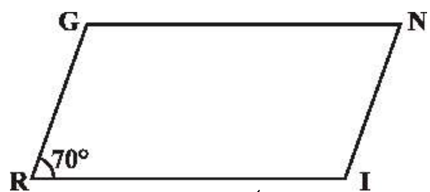
4. ایک چار ضلعی کی رف شکل بنائیے جو متوازی الاضلاع نہ ہو لیکن جس کے دونوں مقابل زاویوں کی پیائش برابر ہو۔

$\overline{BC} \,|\, \overline{AD}$ اور $\overline{BA}$ ایک قاطع ہے، جو قاطع کے ایک ہی جانب کے اندرونی زاویے $\angle A$ اور $\angle B$ بناتے ہیں۔

دی گئی شکل میں دو اور تتمی زاویوں کی شناخت کیجیے۔

خصوصیت: ایک متوازی الاضلاع کے لگاتار زاویے زاویہ تتمی ھیں۔

مثال 5 : متوازی الاضلاع RING میں، (شکل 3.28) اگر $m\angle R = 70°$ ہے تو باقی دوسرے زاویے معلوم کیجیے۔



شکل 3.28

حل : دیا ہوا ہے $m\angle R = 70°$،

تب $m\angle N = 70°$

کیوں کہ $\angle R$ اور $\angle N$ متوازی الاضلاع کے مقابل زاویہ ہیں۔

کیوں کہ $\angle R$ اور $\angle I$ تتمی ہیں

$$m\angle I = 180° - 70° = 110°$$

مزید $m\angle G = 110°$ کیوں کہ $\angle G$، $\angle I$ کے مقابل ہے

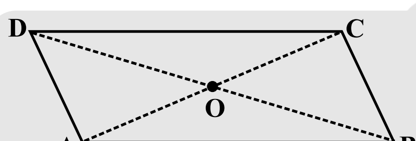
اس لیے، $m\angle R = m\angle N = 70°$ اور $m\angle I = m\angle G = 110°$

سوچیے، بحث کیجیے اور لکھیے

$m\angle R = m\angle N = 70°$ ظاہر کرنے کے بعد کیا آپ کسی اور طریقے سے $m\angle I$ اور $m\angle G$ معلوم کر سکتے ہیں؟

3.4.6 متوازی اضلاع کے وتر

عموی طور پر متوازی الاضلاع کے وتروں کی لمبائی برابر نہیں ہوتی۔ (کیا آپ پچھلے مشغلہ میں اس کی جانچ کر چکے ہیں؟ جب کہ متوازی الاضلاع کے وتروں کی ایک دلچسپ خصوصیت ہے۔



شکل 3.29

اسے کیجیے

متوازی الاضلاع ABCD کا ایک کاٹا ہوا حصہ لیجیے،

مان لیجیے ABCD (شکل 3.29)۔ اس کے وتر $\overline{AC}$ اور $\overline{BD}$ ایک دوسرے کو نقطہ O پر قطع کرتے ہیں۔

C کو A کے اوپر ایک تہہ (Fold) کی مدد سے رکھیے اور $\overline{AC}$ کا وسطی نقطہ معلوم کیجیے۔ کیا وسطی نقطہ O ہی ہے؟

کیا اس سے پتا چلتا ہے کہ وتر DB وتر AC کی نقطہ O پر تنصیف کرتا ہے؟ اپنے دوستوں کے ساتھ بحث کیجیے۔ اس مشغلہ کو یہ جاننے کے لیے دہرائیں کہ DB کا وسطی نقطہ کہاں پر واقع ہے۔

خصوصیت: متوازی الاضلاع کے وتر ایک دوسرے کی تنصیف کرتے ھیں (یقیناً، اپنے نقطہ تقاطع پر!)

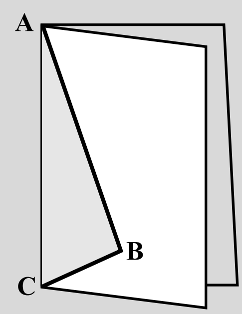
3.5 کچھ مخصوص متوازی الاضلاع

3.5.1 معیّن

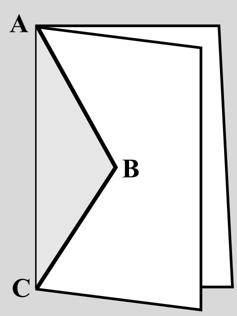
پتنگ: (جو ایک متوازی الاضلاع نہیں ہے) کو ایک خاص طریقے سے رکھنے پر ہمیں ایک معیّن (Rhombus) (جو ایک متوازی الاضلاع ہے) حاصل ہوتا ہے

اسے کیجیے

آپ نے کاغذ کو کاٹ کر پہلے جو پتنگ بنائی تھی اُسے دوہرائیے۔



پتنگ کاٹ



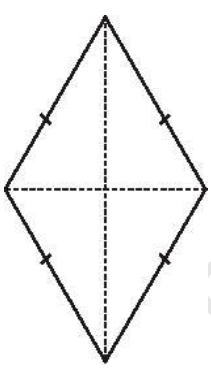
معیّن کاٹ

جب آپ ABC کے ہمراہ کاٹ کر کھولتے ہیں تو آپ کو ایک پتنگ حاصل ہوتی ہے۔ یہاں AB اور BC کی لمبائی الگ الگ تھی۔ اگر آپ AB = BC کھینچیں تو آپ کو حاصل ہوئی پتنگ ایک معیّن کہلائے گی۔

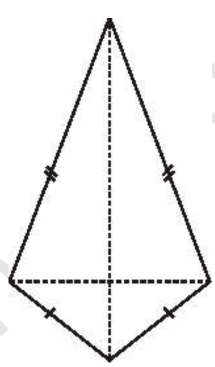
نوٹ کیجیے کہ معیّن کی تمام لمبائیاں برابر ہوتی ہیں، ایسا پتنگ کے ساتھ نہیں ہے۔

معیّن ایک ایسا چار ضلعی ہے جس کے چاروں اضلاع مساوی ہوتے ہیں۔

چونکہ معیّن کے مقابل اضلاع کی لمبائی برابر ہوتی ہے، اس لیے یہ ایک متوازی الاضلاع بھی ہے۔ اس لیے معیـن میں وہ تـمام خصوصیات بھی ھیں جو ایک متوازی الاضلاع میں ہو تی ھیں اور پتنگ کے بھی۔ ان کی ایک فہرست بنائیے۔ اب آپ اپنی فہرست، کتاب میں دی گئی کسی بھی فہرست کے ساتھ ملا کر تصدیق کر سکتے ہیں۔



معیّن



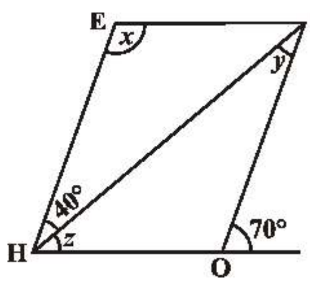
پتنگ

ایک معیّن کی سب سے اہم خصوصیت اس کے وتروں کی ہے۔

خصوصیت : معیّن کے وتر ایک دوسرے کے عمودی ناصف ہوتے ھیں۔

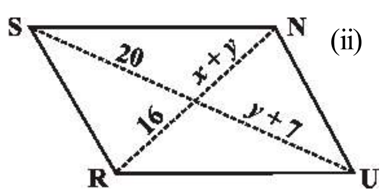
5. کسی متوازی الاضلاع کے دو لگاتار زاویوں کی نسبت 3 : 2 ہے۔ متوازی الاضلاع کے سبھی زاویوں کی پیمائش معلوم کیجیے۔

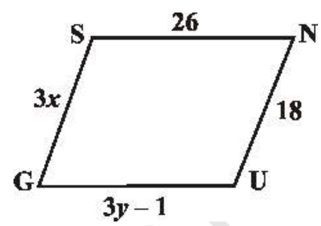
6. کسی متوازی الاضلاع کے دو لگاتار زاویوں کی پیمائش برابر ہے۔
اس متوازی الاضلاع کے ہر زاویے کی پیمائش معلوم کیجیے۔



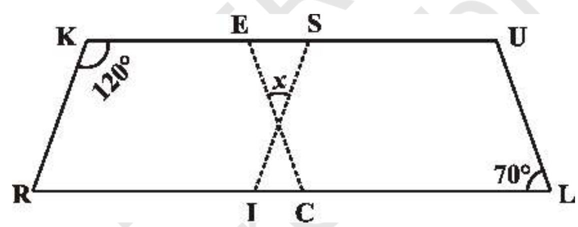
7. متصل شکل HOPE ایک متوازی الاضلاع ہے۔ زاویہ x، y اور z کی پیمائش معلوم کیجیے۔ معلوم کرنے کے لیے جو خصوصیات استعمال کی ہیں انھیں بیان کیجیے۔

8. مندرجہ ذیل شکلیں GUNS اور RUNS متوازی الاضلاع ہیں۔ x اور y معلوم کیجیے (لمبائی سینٹی میٹر میں دی ہیں)۔



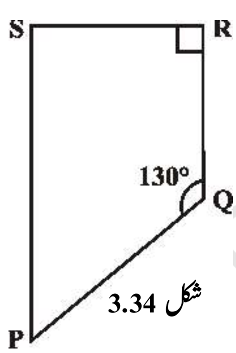


9.

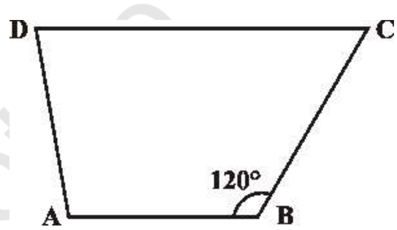


اوپر دی گئی شکل میں دونوں RISK اور CLUE متوازی الاضلاع ہیں۔ x کی قدر معلوم کیجیے۔

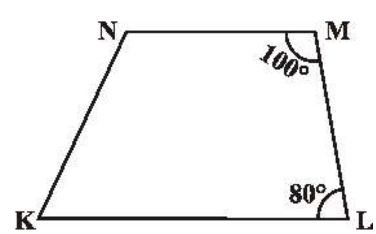
10. یہ شکل کس طرح سے منحرف ہے تشریح کیجیے۔ اس کے کون سے دو اضلاع متوازی ہیں؟ (شکل 3.32)



شکل 3.34



شکل 3.33



شکل 3.32

11. شکل 3.33 میں $m\angle C$ معلوم کیجیے اگر $\overline{AB} \parallel \overline{DC}$ ہے۔

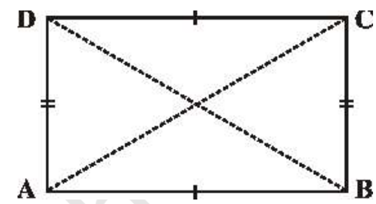
12. شکل 3.34 میں $\angle P$ اور $\angle S$ کی پیمائش معلوم کیجیے اگر $\overline{SP} \parallel \overline{RQ}$ ہے۔
(اگر آپ $m\angle R$ معلوم کر لیں تو کیا $m\angle P$ معلوم کرنے کا کوئی دوسرا طریقہ بھی ہے؟)

اس طرح سے مستطیل ایک ایسا متوازی الاضلاع ہے جس کا ہر ایک زاویہ زاویۂ قائمہ ہے۔

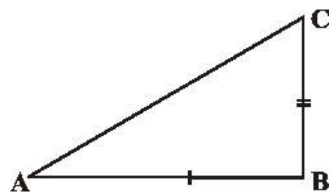
چوں کہ مستطیل ایک متوازی الاضلاع ہے اس لیے اس کے مقابل اضلاع برابر ہوتے ہیں اور اس کے وتر ایک دوسرے کی تنصیف کرتے ہیں۔

متوازی الاضلاع میں وتروں کی لمبائی مختلف ہوسکتی ہے۔ (جانچ کیجیے)؛ لیکن حیرت کی بات یہ ہے کہ مستطیل (ایک مخصوص شکل کے طور پر) میں وتروں کی لمبائی مساوی ہوتی ہے۔

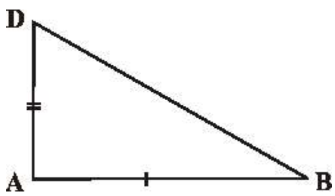
خصوصیت: مستطیل کے وتروں کی لمبائی برابر ہوتی ہے۔



شکل 3.38



شکل 3.39



شکل 3.40

اس کی تصدیق کرنا آسان ہے۔ اگر ABCD ایک مستطیل ہے (شکل 3.38)، تو مثلث ABC اور ABD کو [بالترتیب (شکل 3.39) اور (3.40)] الگ الگ دیکھنے پر ہمیں حاصل ہوتا ہے

$$\Delta ABC \cong \Delta ABD$$

یہ اس لیے ہے کہ $AB = AB$ (مشترک)

$BC = AD$ (کیوں؟)

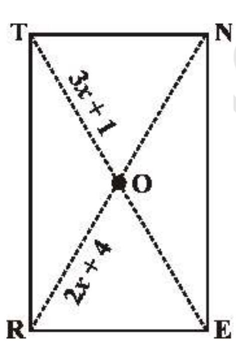
$m\angle A = m\angle B = 90°$ (کیوں؟)

یہ مماثلث کی SAS شرط کی رو سے یہ حاصل ہوتا ہے۔

لہٰذا $AC = BD$

اور مستطیل میں وتر نہ صرف ایک دوسرے کی تنصیف کرتے ہیں بلکہ مساوی بھی ہوتے ہیں (کیوں؟)

مثال 8 : RENT ایک مستطیل ہے (شکل 3.41)۔ اس کے وتر O پر ملتے ہیں۔ x کی قدر معلوم کیجیے اگر $OR = 2x + 4$ اور $OT = 3x + 1$ ہو۔



شکل 3.41

حل : $\overline{OT}$ وتر $\overline{TE}$ کا نصف ہے، $\overline{OR}$ وتر $\overline{RN}$ کا نصف ہے۔

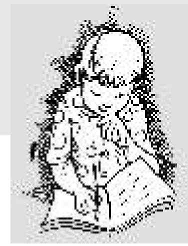
یہاں وتر برابر ہیں (کیوں؟)

اس لیے ان کے نصف بھی برابر ہوئے۔

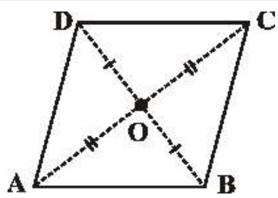
اس لیے $3x + 1 = 2x + 4$

یا $x = 3$

اسے کیجیے



معین کی ایک نقل (Copy) لیجیے۔ کاغذ کو موڑ کر جانچ کیجیے کہ کیا نقطہ تقاطع پر ایک وتر کا وسطی نقطہ ہے۔ آپ ایک سیٹ اسکوائر کے کنارے کا استعمال کر کے جانچ کر سکتے ہیں کہ وہ ایک دوسرے کو زاویہ قائمہ پر قطع کرتے ہیں۔



شکل 3.35

یہاں ایک خاکہ دیا ہوا ہے جس کی مدد سے منطقی اقدام کا استعمال کرتے ہوئے اس خصوصیت کی تصدیق کی جا سکتی ہے۔ ABCD ایک معین ہے (شکل 3.35)۔ اس لیے یہ ایک متوازی الاضلاع بھی ہے۔

چوں کہ وتر ایک دوسرے کی تنصیف کرتے ہیں اس لیے OA = OC اور OB = OD

ہمیں یہ دکھانا ہے کہ $m\angle AOD = m\angle COD = 90°$

مماثلث کی SAS شرط سے یہ دیکھا جا سکتا ہے کہ

$\Delta AOD \cong \Delta COD$

کیوں کہ AO = CO (کیوں؟)

AD = CD (کیوں؟)

OD = OD

اس لیے، $m\angle AOD = m\angle COD$

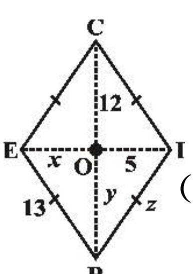
کیوں کہ $\angle AOD$ اور $\angle COD$ خطی جوڑ ہیں۔

اس لیے، $m\angle AOD = m\angle COD = 90°$

مثال 7 :

RICE ایک معین ہے (شکل 3.36)۔ x, y اور z کی قدریں معلوم کیجیے اور اپنے جواب کی تصدیق کیجیے۔

حل :



شکل 3.36

x = OE	y = OR	z = معین کا ضلع
= OI (وتر تنصیف کرتے ہیں)	= OC (وتر تنصیف کرتے ہیں)	= 13 (تمام اضلاع برابر ہیں)
= 5	= 12	

3.5.2 ایک مستطیل

مستطیل (Rectangle) ایک ایسا متوازی الاضلاع ہے جس کے زاویے مساوی ہوتے ہیں (شکل 3.37)۔

شکل 3.37

اس تعریف کا اصل مفہوم کیا ہے؟ اپنے دوستوں کے ساتھ بحث کیجیے۔

اگر مستطیل مساوی زاویہ ہے تو ہر زاویہ کی پیمائش کیا ہو سکتی ہے؟

مان لیجیے ہر زاویہ کی پیمائش $x°$ ہے۔

تب $4x° = 360°$ (کیوں؟)

اس لیے $x° = 90°$

لہٰذا مستطیل کا ہر زاویہ ایک زاویہ قائمہ ہے۔

مشق 3.4

.1 صحیح یا غلط

(a) سبھی مربع مستطیل ہوتے ہیں۔

(b) سبھی معیّن متوازی الاضلاع ہوتے ہیں۔

(c) تمام مربع معین اور مستطیل ہوتے ہیں۔

(d) تمام مربع متوازی الاضلاع نہیں ہیں۔

(e) تمام پتنگیں معین ہیں۔

(f) تمام معین پتنگیں ہیں۔

(g) تمام متوازی الاضلاع منحرف ہیں۔

(h) تمام مربع منحرف ہیں۔

.2 ان چار ضلعی کی شناخت کیجیے جن میں

(a) چار مساوی اضلاع ہوتے ہیں۔ (b) چار زاویہ قائمہ ہوتے ہیں۔

.3 واضح کیجیے کہ کس طرح مربع

(i) ایک چار ضلعی ہے (ii) ایک متوازی الاضلاع ہے (iii) ایک معیّن ہے

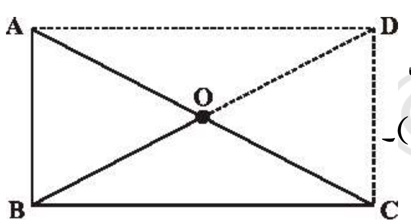
(iv) ایک مستطیل ہے

.4 اس چار ضلعی کا نام بتایئے جس کے وتر

(i) ایک دوسرے کو تنصیف کرتے ہیں۔ (ii) ایک دوسرے کے عمودی ناصف ہوتے ہیں۔ (iii) برابر ہیں

.5 واضح کیجیے کہ کیوں مستطیل ایک محدب چار ضلعی ہے

.6 ABC ایک قائم زاویہ مثلث ہے اور O قائم زاویہ کے سامنے کے ضلع کا وسطی نقطہ ہے۔ وضاحت کیجیے کہ O کیوں BA اور C سے مساوی فاصلہ پر ہے (مدد کے لیے الگ سے نقطہ دار خطوط کھینچے گئے ہیں)۔



سوچیے، بحث کیجیے اور لکھیے

.1 راج مستری ایک کنکریٹ کی سلیب بناتا ہے۔ وہ اسے مستطیل نما بنانا چاہتا ہے۔ وہ کتنے طریقوں سے یہ یقین کرے گا کہ یہ مستطیل نما ہے؟

.2 مربع کی تعریف مستطیل کی شکل میں کی گئی ہے جس کے سبھی اضلاع برابر ہوتے ہیں۔ کیا ہم اس کی تعریف معین کی شکل میں بھی کر سکتے ہیں جس کے زاویہ برابر ہوں؟ اس تصور کو واضح کیجیے۔

.3 کیا ایک منحرف کے تمام زاویہ مساوی ہو سکتے ہیں؟ کیا اس کے تمام اضلاع برابر ہو سکتے ہیں؟ بیان کیجیے۔

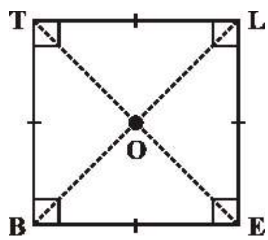
3.5.3 مربع

مربع (Square) ایک ایسا مستطیل ہے جس کے اضلاع برابر ہوتے ہیں۔

اس کا مطلب یہ ہے کہ مربع میں مستطیل کی تمام خصوصیات ہوتی ہیں اور اس کے تمام اضلاع کی لمبائی برابر ہوتی ہے۔

مستطیل ہی کی طرح مربع کے وتر بھی برابر ہوتے ہیں۔

مستطیل میں یہ ضروری نہیں کہ وتر ایک دوسرے پر عمود ہوں (جانچ کیجیے)۔



BELT ایک مربع ہے، BE = EL = LT = TB

$\angle B$، $\angle E$، $\angle L$، $\angle T$ زاویہ قائمہ ہیں۔

BL = ET اور $\overline{BL} \perp \overline{ET}$

OB = OL اور OE = OT

ایک مربع میں وتر

(i) ایک دوسرے کی تنصیف کرتے ہیں (کیوں کہ مربع ایک متوازی الاضلاع بھی ہے)

(ii) کی لمبائی برابر ہوتی ہے (کیوں کہ مربع، مستطیل بھی ہوتا ہے) اور

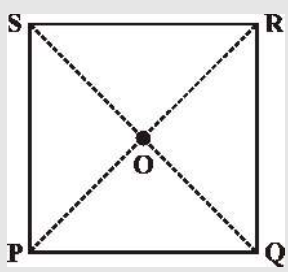
(iii) ایک دوسرے پر عمود بھی ہوتے ہیں۔

اس طرح سے ہمیں مندرجہ ذیل خصوصیت حاصل ہوتی ہے۔

خصوصیت : مربع کے وتر ایک دوسرے کے عمودی ناصف ہوتے ہیں۔

اسے کیجیے

ایک مربع شیٹ لیجیے، مثال کے طور پر PQRS (شکل 3.42)۔ دونوں وتروں کے ساتھ اسے موڑیے۔ کیا ان کے وسطی نقطے ایک ہی ہیں؟ سیٹ اسکوائر کے استعمال سے جانچ کیجیے کہ O پر زاویہ 90° کا ہے۔ اس سے مذکورہ بالا خصوصیت کی تصدیق ہوتی ہے۔



شکل 3.42

ہم اس کی تصدیق منطقی دلیل کے ذریعہ بھی کر سکتے ہیں:—

ABCD ایک مربع ہے جس کے وتر O پر ملتے ہیں (شکل 3.43)۔

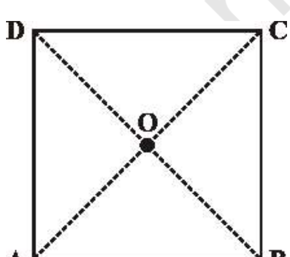
OA = OC (کیوں کہ مربع ایک متوازی الاضلاع ہے)

مماثلث کی SSS شرط کے استعمال سے، ہم دیکھتے ہیں کہ

$\Delta AOD \cong \Delta COD$ (کیسے؟)

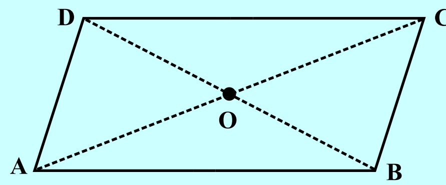
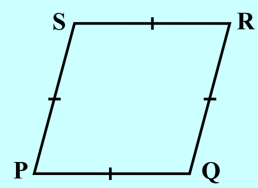
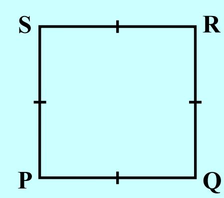
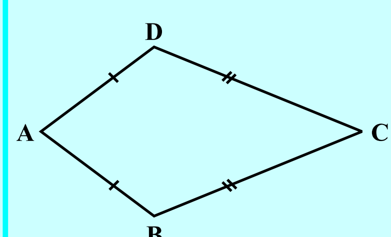
اس لیے $m\angle AOD = m\angle COD$

خطی جوڑے کی وجہ سے ہر زاویہ قائمہ ہے۔



شکل 3.43

ہم نے کیا سیکھا؟

چار ضلعی	خصوصیات
متوازی الاضلاع : ایک چار ضلعی کے مقابل اضلاع برابر ہوتے ہیں۔ 	(1) مقابل اضلاع برابر ہوتے ہیں (2) مقابل زاویہ برابر ہوتے ہیں (3) وتر ایک دوسرے کی تنصیف کرتے ہیں
معیّن : ایک متوازی الاضلاع جس کے تمام اضلاع برابر ہوں۔ 	(1) متوازی الاضلاع کی تمام خصوصیات ہوتی ہیں (2) وتر ایک دوسرے کے عمودی ناصف ہوتے ہیں
مستطیل: متوازی الاضلاع جس کا ہر زاویہ زاویہ قائمہ ہوتا ہے۔ 	(1) متوازی الاضلاع کی تمام خصوصیات ہوتی ہیں (2) ہر زاویہ قائمہ ہوتا ہے (3) وتر برابر ہوتے ہیں
مربع : ایک مستطیل جس کے اضلاع کی لمبائی برابر ہوتی ہے۔ 	متوازی الاضلاع، مستطیل اور معین کی تمام خصوصیات
پتنگ : ایک چار ضلعی جس کے ضلعوں کے دو لگاتار جوڑے برابر ہوتے ہیں۔ 	(1) وتر ایک دوسرے پر عمود ہوتے ہیں (2) وتر ایک دوسرے کی تنصیف کرتے ہیں (3) شکل میں $m\angle B = m\angle D$ لیکن $m\angle A \neq m\angle C$