باب

14 اجزائے ضربی میں تحلیل

14.1 تعارف

14.1.1 طبعی اعداد کے اجزائے ضربی

آپ چھٹی جماعت میں اجزائے ضربی کے بارے میں پڑھ چکے ہیں۔ آیئے ایک طبعی عدد لیتے ہیں، مان لیجیے یہ عدد 30 ہے۔ ہم اسے دوسرے طبعی اعداد کے حاصل ضرب کی شکل میں لکھتے ہیں۔ جیسے

$$30 = 2 \times 15$$

$$= 3 \times 10 = 5 \times 6$$

اس طرح 1، 2، 3، 5، 6، 10، 15 اور 30 عدد 30 کے اجزائے ضربی ہیں۔ ان میں 2، 3 اور 5 مفرد اجزائے ضربی ہیں (کیوں؟)

جب کوئی عدد مفرد اجزائے ضربی کے حاصل ضرب کی شکل میں لکھا ہوتو وہ اس کی مفرد اجزائے ضربی شکل کہلاتی ہے۔ مثال کے طور پر 30 کو مفرد اجزائے ضربی کی شکل میں $2 \times 3 \times 5$ لکھتے ہیں۔

70 کی مفرد اجزائے ضربی شکل $2 \times 5 \times 7$ ہے۔

90 کی مفرد اجزائے ضربی شکل $2 \times 3 \times 3 \times 5$ ہے، وغیرہ۔

> ہم جانتے ہیں کہ 30 کو اس شکل میں بھی لکھا جا سکتا ہے
>
> $30 = 1 \times 30$
>
> اس لیے، 1 اور 30 بھی 30 کے اجزائے ضربی ہیں۔ آپ دیکھیں گے کہ 1 ہر عدد کا ایک جز ضربی ہوتا ہے۔ مثال کے طور پر $101 = 101 \times 1$ ہوتا ہے۔ لیکن ہم جب بھی کسی عدد کو اجزائے ضربی کے حاصل ضرب کی شکل میں لکھیں گے تو ہم 1 کو حاصل ضرب کی شکل میں تب تک نہیں لکھیں گے جب تک خاص طور پر ضروری نہ ہو۔

اس طرح ہم الجبری عبارتوں کو بھی ان کے اجزائے ضربی کے حاصل ضرب کی شکل میں ظاہر کر سکتے ہیں۔ اس باب میں ہم اسی کا مطالعہ کریں گے۔

14.1.2 الجبری عبارتوں کے اجزائے ضربی

ساتویں جماعت میں ہم پڑھ چکے ہیں کہ الجبری عبارتوں کے ارکان اجزائے ضربی کے حاصل ضرب کی شکل میں بنتے ہیں۔ مثال کے طور پر الجبری عبارت $5xy + 3x$ میں رُکن $5xy$ اجزائے ضربی 5، x اور y سے بنا ہے یعنی $5xy = 5 \times x \times y$

> غور کیجیے کہ 1، $5xy$ کا ایک جز ضربی ہے کیوں کہ
>
> $5xy = 1 \times 5 \times x \times y$
>
> حقیقت میں 1 ہر ایک رُکن کا جز ضربی ہوتا ہے۔ طبعی اعداد ہی کی طرح جب تک کہ خاص طور پر ضروری نہ ہو ہم 1 کو کسی بھی رُکن کا الگ سے جز ضربی نہیں ظاہر کرتے ہیں۔

نوٹ کیجیے کہ جز ضربی 2 دونوں ارکان میں مشترک ہے۔

دیکھیے، تقسیمی اصول کے ذریعے

$$2 \times (x+2) = (2 \times x) + (2 \times 2)$$

اس لیے، ہم لکھ سکتے ہیں

$$2x + 4 = 2 \times (x+2) = 2\,(x+2)$$

اس طرح عبارت $2x + 4$ وہی ہے جو $2\,(x+2)$ ہے۔ اب ہم اس کے اجزائے ضربی پڑھ سکتے ہیں: وہ ہیں 2 اور $(x+2)$، یہ نہ تحلیل ہونے والے اجزائے ضربی ہیں۔

اب $5xy + 10x$ کے اجزائے ضربی لکھیے۔

$5xy$ اور 10 کی نہ تحلیل ہونے والے اجزائے ضربی کی شکل بالترتیب ہے۔

$$5xy = 5 \times x \times y$$

$$10x = 2 \times 5 \times x$$

مشاہدہ کیجیے دو ارکان میں 5 اور x مشترک اجزائے ضربی ہیں۔ اب

$$5xy + 10x = (5 \times x \times y) + (5 \times x \times 2)$$

$$= (5x \times y) + (5x \times 2)$$

تقسیمی اصول کا استعمال کرتے ہوئے ہم دونوں ارکان کو ملاتے ہیں۔

$$(5x \times y) + (5x \times 2) = 5x \times (y+2)$$

اس لیے $5xy + 10x = 5x\,(y+2)$ (یہ مطلوب جز ضربی شکل ہے)

مثال 1 : $12a^2b + 15ab^2$ کے اجزائے ضربی لکھیے۔

حل : ہمارے پاس ہے: $12a^2b = 2 \times 2 \times 3 \times a \times a \times b$

$$15ab^2 = 3 \times 5 \times a \times b \times b$$

دو ارکان میں 3، a اور b مشترک اجزائے ضربی ہیں۔

اس لیے، $12a^2b + 15ab^2 = (3 \times a \times b \times 2 \times 2 \times a) + (3 \times a \times b \times 5 \times b)$

$= 3 \times a \times b \times [(2 \times 2 \times a) + (5 \times b)]$ (رُکن کو ملانے پر)

غور کیجیے کہ $5\,x\,y$ کے اجزائے ضربی 5، x اور y کو مزید اجزائے ضربی کے حاصل ضرب کی شکل میں نہیں ظاہر کیا جاسکتا ہے۔ ہم کہہ سکتے ہیں کہ $5\,x\,y$ کے مفرد اجزائے ضربی 5، x اور y ہیں۔ الجبری عبارتوں میں ہم 'مفرد' کی جگہ 'نہ تحلیل ہونے والی' استعمال کرتے ہیں۔ ہم کہتے ہیں کہ $5\,x\,y$ کی نہ تحلیل ہونے والی شکل $5 \times x \times y$ ہے۔ غور کیجیے کہ $5 \times (x\,y)$، $5\,x\,y$ رُکن نہ تحلیل ہونے والی شکل نہیں ہے۔ کیوں کہ جزِ ضربی $x\,y$ کو اور آگے x اور y کے حاصل ضرب کی شکل میں ظاہر کیا جاسکتا ہے یعنی

$x\,y = x \times y$ ہے۔

اب الجبری عبارت $3\,x\,(x + 2)$ پر غور کیجیے۔ اسے اجزائے ضربی 3، x اور $(x + 2)$ کے حاصل ضرب کی شکل میں ظاہر کیا جاسکتا ہے یعنی

$$3\,x\,(x+2) = 3 \times x \times (x+2)$$

الجبری عبارت $3\,x\,(x + 2)$ کے نہ تحلیل ہونے والے اجزائے ضربی 3، x اور $(x + 2)$ ہیں۔ اسی طرح الجبری عبارت $10x\,(x + 2)\,(y + 3)$ کو نہ تحلیل ہونے والی شکل میں اس طرح ظاہر کیا جاسکتا ہے

$$10\,x\,(x+2)\,(y+3) = 2 \times 5 \times x \times (x+2) \times (y+3)$$

14.2 اجزائے ضربی میں تحلیل کیا ہے؟

جب ہم کسی الجبری عبارت کے اجزائے ضربی بناتے ہیں تو ہم انھیں اجزائے ضربی کے حاصل ضرب کی شکل میں لکھتے ہیں۔ یہ اجزائے ضربی اعداد الجبری متغیر یا الجبری عبارتیں ہوسکتی ہیں۔

$3\,x\,y$، $5\,x^2\,y$، $2\,x\,(y+2)$، $5\,(y+1)\,(x+2)$ جیسی عبارتیں پہلے سے ہی اجزائے ضربی کی شکل میں ہیں۔

جیسا کہ ہم پہلے سے ہی جانتے ہیں ہم مذکورہ بالا عبارتوں کے اجزائے ضربی اُنھیں دیکھ کر ہی پڑھ سکتے ہیں۔

اس کے برخلاف $2\,x + 4$، $3\,x + 3\,y$، $x^2 + 5\,x$، $x^2 + 5\,x + 6$ جیسی عبارتوں پر غور کیجیے۔ یہ معلوم نہیں کہ اس کے اجزائے ضربی کیا ہیں۔ اس طرح کی عبارتوں کے اجزائے ضربی معلوم کرنے کے لیے ہمیں ایک منظّم طریقہ استعمال کرنے کی ضرورت ہے۔ اسی طریقے کا استعمال ہم یہاں کریں گے۔

14.2.1 مشترک اجزائے ضربی کا طریقہ

- ہم ایک آسان مثال سے شروع کرتے ہیں۔ $2\,x + 4$ کے اجزائے ضربی معلوم کیجیے۔

ہم اس کے ہر رُکن کو اجزائے ضربی میں نہ تحلیل ہونے والے اجزائے ضربی کے حاصل ضرب کی شکل میں لکھیں گے۔

$$2\,x = 2 \times x$$

$$4 = 2 \times 2$$

اس لیے $$2\,x + 4 = (2 \times x) + (2 \times 2)$$

عبارت $2xy + 2y + 3x + 3$ اب اجزائے ضربی کے حاصل ضرب کی شکل میں ہے۔ اس کے اجزائے ضربی ہیں $(x + 1)$ اور $(2y + 3)$، نوٹ کیجیے کہ یہ اجزائے ضربی نہ تحلیل ہونے والے اجزائے ضربی ہیں۔

دوبارہ گروپ بنانا کیا ہے؟

مان لیجیے اوپر دی گئی عبارت $2xy + 3 + 2y + 3x$ کی شکل میں دی ہوئی ہے، تب اس کے اجزائے ضربی بنانا آسان نہیں ہیں۔ اسی عبارت کو $2xy + 2y + 3x + 3$ کی شکل میں دوبارہ ترتیب دینے پر اس کے $(2xy+2y)$ اور $(3x + 3)$ گروپ بنا کر اجزائے ضربی بنائے جاسکتے ہیں۔ یہی دوبارہ گروپ بنانا ہے۔

دوبارہ گروپ بنانا ایک سے زیادہ طریقوں کے ذریعے ممکن ہوسکتا ہے۔ مان لیجیے ہم اوپر دی گئی عبارت کو $2xy + 3x + 2y + 3$ کی شکل میں دوبارہ گروپ بناتے ہیں اس سے بھی ہم اجزائے ضربی معلوم کرسکتے ہیں۔ آیئے کوشش کریں:

$$2xy + 3x + 2y + 3 = 2 \times x \times y + 3 \times x + 2y + 3$$

$$= x \times (2y + 3) + 1 \times (2y + 3)$$

$$= (2y + 3)(x + 1)$$

اجزائے ضربی وہی ہیں (جیسا کہ انھیں ہونا چاہیے)، بھلے ہی وہ مختلف ترتیب میں لکھے ہوئے ہوں۔

مثال 3 : $6xy - 4y + 6 - 9x$ کو اجزائے ضربی میں تحلیل کیجیے۔

حل :

قدم 1 جانچ کیجیے کہ کیا سبھی ارکان میں کوئی مشترک جز ضربی ہے۔ یہاں کوئی نہیں ہے۔

قدم 2 گروپ کے بارے میں سوچیے، غور کیجیے کہ پہلے دو ارکانوں میں مشترک جز ضربی $2y$ ہے۔

$$6xy - 4y = 2y(3x - 2) \qquad \text{(a)}$$

آخری دو ارکان کے بارے میں کیا کہا جا سکتا ہے؟ انھیں دیکھیے۔ اگر آپ ان کی ترتیب بدل کر $-9x + 6$ لکھ لیں تو جز ضربی $(3x - 2)$ آجائے گا؛

اس لیے

$$-9x + 6 = -3(3x) + 3(2)$$

$$= -3(3x - 2) \qquad \text{(b)}$$

قدم 3 (a) اور (b) کو ایک ساتھ رکھنے پر

$$6xy - 4y + 6 - 9x = 6xy - 4y - 9x + 6$$

$$= 2y(3x - 2) - 3(3x - 2)$$

$$= (3x - 2)(2y - 3)$$

(مطلوبہ جز ضربی شکل) $= 3\,a\,b \times (4\,a + 5\,b)$

$= 3\,a\,b\,(4\,a + 5\,b)$

مثال 2 : $10\,x^2 - 18\,x^3 + 14\,x^4$ کو اجزائے ضربی میں تحلیل کیجیے۔

حل : $10\,x^2 = 2 \times 5 \times x \times x$

$18\,x^3 = 2 \times 3 \times 3 \times x \times x \times x$

$14\,x^4 = 2 \times 7 \times x \times x \times x \times x$

تین ارکان کے مشترک اجزائے ضربی 2، x اور x ہیں

اس لیے، $(2 \times x \times x \times 5) - (2 \times x \times x \times 3 \times 3 \times x) = 10\,x^2 - 18\,x^3 + 14\,x^4$

$+ (2 \times x \times x \times 7 \times x \times x)$

(تینوں ارکان کو ملانے پر) $= 2 \times x \times x \times [(5 - (3 \times 3 \times x) + (7 \times x \times x)]$

$= 2\,x^2 \times (5 - 9\,x + 7\,x^2) = 2x^2(7x^2 - 9x - 5)$

کیا آپ نے غور کیا کہ کسی عبارت کی جز ضربی شکل میں صرف ایک رُکن ہوتا ہے؟

کوشش کیجیے

اجزائے ضربی بنائیے (i) $12\,x + 36$ (ii) $22\,y - 33\,z$ (iii) $14\,p\,q + 35\,pqr$

14.2.2 ارکان کے گروپ بنا کر اجزائے ضربی میں تحلیل

عبارت $2\,x\,y + 2\,y + 3\,x + 3$ کو دیکھیے۔ آپ نوٹ کریں گے کہ پہلے دو ارکان میں 2 اور y مشترک جز ضربی ہے اور آخری دو ارکان میں 3 مشترک جز ضربی ہے۔ لیکن تمام ارکان میں کوئی ایک مشترک جز ضربی نہیں ہے۔ ہم کس طرح آگے بڑھیں گے؟

آیئے $(2\,x\,y + 2\,y)$ کو جز ضربی کی شکل میں لکھیں:

$2\,x\,y + 2\,y = (2 \times x \times y) + (2 \times y)$

$= (2 \times y \times x) + (2 \times y \times 1)$

$= (2\,y \times x) + (2\,y \times 1) = 2\,y\,(x + 1)$

نوٹ: یہاں ہمیں 1 کو جز ضربی کی شکل میں ظاہر کرنے کی ضرورت ہے۔ کیوں؟

اسی طرح $3\,x + 3 = (3 \times x) + (3 \times 1)$

$= 3 \times (x + 1) = 3\,(x + 1)$

لہٰذا $2\,x\,y + 2\,y + 3\,x + 3 = 2\,y\,(x + 1) + 3\,(x + 1)$

مشاہدہ کیجیے اب R H S کے دونوں ارکان میں مشترک اجزائے ضربی $(x + 1)$ ہے دونوں ارکان کو ملانے پر

$2\,x\,y + 2\,y + 3\,x + 3 = 2\,y\,(x + 1) + 3\,(x + 1) = (x + 1)\,(2\,y + 3)$

کے بائیں طرف کے نظیری عبارت سے مطلوبہ اجزائے ضربی حاصل ہو جاتے ہیں۔

مثال 4 : $x^2 + 8x + 16$ کو اجزائے ضربی میں تحلیل کیجیے۔

حل : عبارت پر غور کیجیے۔ اس میں تین ارکان ہیں۔ اس لیے اس میں تماثل III کا استعمال نہیں ہو سکتا۔ اس عبارت کا پہلا اور تیسرا رُکن کامل مربع ہے اور وسطی رُکن سے پہلے جمع کی علامت ہے۔ اس لیے یہ $a^2 + 2ab + b^2$ کی شکل کی ہے۔ جہاں $a = x$ اور $b = 4$ ہے۔

اس لیے $\quad a^2 + 2ab + b^2 = x^2 + 2(x)(4) + 4^2$

اس لیے $\quad = x^2 + 8x + 16$

اس لیے $\quad a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$

موازنہ کرنے پر $\quad x^2 + 8x + 16 = (x + 4)^2$ (مطلوبہ اجزائے ضربی)

مثال 5 : $4y^2 - 12y + 9$ کو اجزائے ضربی میں تحلیل کیجیے۔

حل : غور کیجیے $\quad 4y^2 = (2y)^2,\ 9 = 3^2$ اور $12y = 2 \times 3 \times (2y)$

اس لیے $\quad 4y^2 - 12y + 9 = (2y)^2 - 2 \times 3 \times (2y) + (3)^2$

$= (2y - 3)^2$ (مطلوبہ اجزائے ضربی)

مشاہدہ کیجیے یہاں دی ہوئی عبارت
$a^2 - 2ab + b^2$ کی شکل کی ہے،
جہاں $a = 2y$ اور $b = 3$ اور
$2ab = 2 \times 2y \times 3 = 12y$

مثال 6 : $49p^2 - 36$ کے اجزائے ضربی معلوم کیجیے۔

حل : اس سوال میں دو ارکان ہیں۔ دونوں کامل مربع ہیں اور دوسرا منفی ہے۔ یہ عبارت $(a^2 - b^2)$ کی شکل کی ہے۔ تماثل III یہاں استعمال ہو سکتا ہے؛

$$49p^2 - 36 = (7p)^2 - (6)^2$$

$= (7p - 6)(7p + 6)$ (مطلوبہ اجزائے ضربی)

مثال 7 : $a^2 - 2ab + b^2 - c^2$ کو اجزائے ضربی میں تحلیل کیجیے۔

حل : دی ہوئی عبارت کے پہلے تین ارکان $(a - b)^2$ کی شکل کے ہیں۔ چوتھا رُکن ایک مربع ہے۔ اس لیے عبارت کو دو مربعوں کے فرق میں تحلیل کر سکتے ہیں۔

اس طرح سے $\quad a^2 - 2ab + b^2 - c^2 = (a - b)^2 - c^2$ (تماثل II استعمال کرنے پر)

اس طرح $(6xy - 4y + 6 - 9x)$ کے اجزائے ضربی $(3x - 2)$ اور $(2y - 3)$ ہیں۔

مشق 14.1

.1 دیے گئے ارکانوں کے مشترک اجزائے ضربی معلوم کیجیے۔

(i) $12x, 36$ (ii) $2y, 22xy$ (iii) $14pq, 28p^2q^2$

(iv) $2x, 3x^2, 4$ (v) $6abc, 24ab^2, 12a^2b$

(vi) $16x^3, -4x^2, 32x$ (vii) $10pq, 20qr, 30rp$

(viii) $3x^2y^3, 10x^3y^2, 6x^2y^2z$

.2 مندرجہ ذیل عبارتوں کے اجزائے ضربی معلوم کیجیے۔

(i) $7x - 42$ (ii) $6p - 12q$ (iii) $7a^2 + 14a$

(iv) $-16z + 20z^3$ (v) $20l^2m + 30alm$

(vi) $5x^2y - 15xy^2$ (vii) $10a^2 - 15b^2 + 20c^2$

(viii) $-4a^2 + 4ab - 4ca$ (ix) $x^2yz + xy^2z + xyz^2$

(x) $ax^2y + bxy^2 + cxyz$

.3 اجزائے ضربی میں تحلیل کیجیے۔

(i) $x^2 + xy + px + 8y$ (ii) $15xy - 6x + 5y - 2$

(iii) $ax + bx - ay - by$ (iv) $15pq + 15 + 9q + 25p$

(v) $z - 7 + 7xy - xyz$

14.2.3 تماثلات کے استعمال سے اجزائے ضربی میں تحلیل کرنا

ہم جانتے ہیں کہ

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 \qquad \text{(I)}$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2 \qquad \text{(II)}$$

$$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2 \qquad \text{(III)}$$

مندرجہ ذیل حل کی گئی مثالوں سے یہ ظاہر ہو جائے گا کہ اجزائے ضربی معلوم کرنے کے لیے ان تماثلات کا کس طرح استعمال کیا جاسکتا ہے۔ پہلے ہم دی ہوئی عبارت کو دیکھتے ہیں۔ اگر یہ اوپر دی گئی تماثلات میں سے کسی ایک کے دائیں طرف کی شکل کا ہے تو اس تماثل

حل : اگر ہم تماثل (IV) کے RHS کا $x^2 + 5x + 6$ سے موازنہ کریں تو ہم پائیں گے کہ $ab = 6$ اور $a + b = 5$ ہے۔ اس سے ہمیں a اور b معلوم کرنا چاہیے، تب $(x + a)$ اور $(x + b)$ اجزائے ضربی ہوں گے۔

اگر $ab = 6$ ہے تو اس کا مطلب ہے کہ a اور b عدد 6 کے اجزائے ضربی ہیں۔ آیئے $a = 6$ اور $b = 1$ لے کر کوشش کرتے ہیں۔ ان قدروں کے لیے $a + b = 7$ اور 5 نہیں ہے۔ اس لیے یہ انتخاب صحیح نہیں ہے۔

آیئے $a = 2$ اور $b = 3$ لے کر کوشش کریں۔ اس کے لیے $a + b = 5$ ہے جو ٹھیک وہی ہے جو ہم چاہتے ہیں۔

اس دی ہوئی عبارت کے اجزائے ضربی $(x + 2)\ (x + 3)$ ہوں گے

عام طور پر $x^2 + px + q$ قسم کی عبارت کے اجزائے ضربی معلوم کرنے کے لیے ہم q (مستقل رکن) کے دو اجزائے ضربی a اور b معلوم کرتے ہیں جب کہ	
	$a + b = p$ اور $ab = q$
تب یہ عبارت بنتی ہے	$x^2 + (a + b)\ x + ab$
یا	$x^2 + ax + bx + ab$
یا	$x(x + a) + b(x + a)$
یا	$(x + a)\ (x + b)$ جو ضروری اجزائے ضربی ہیں۔

مثال 10 : $y^2 - 7y + 12$ کے اجزائے ضربی معلوم کیجیے۔

حل : ہم دیکھتے ہیں کہ $3 \times 4 = 12$ اور $3 + 4 = 7$ ہے۔ اس لیے،

$$y^2 - 7y + 12 = y^2 - 3y - 4y + 12$$

$$= y(y - 3) - 4(y - 3) = (y - 3)\ (y - 4)$$

غور کیجیے کہ اس بار ہم نے a اور b معلوم کرنے کے لیے دی ہوئی عبارت کا موازنہ تماثل IV سے نہیں کیا۔ خاصی مشق کے بعد آپ کو دی ہوئی عبارت کے اجزائے ضربی معلوم کرنے کے لیے اس کا موازنہ تماثلات کی عبارتوں سے کرنے کی ضرورت نہیں ہوگی۔ آپ سیدھے ہی اجزائے ضربی معلوم کر سکتے ہیں جیسا کہ ہم نے اوپر کوشش کی۔

مثال 11 : $z^2 - 4z - 12$ کے اجزائے ضربی معلوم کیجیے۔

حل : یہاں $ab = -12$ ہے، اس کا مطلب ہے a اور b میں سے ایک منفی ہے۔ ساتھ ہی $a + b = -4$ ہے۔ اس کا مطلب

$= [(a-b)-c]\,[(a-b)+c]$ (تماثل III استعمال کرنے پر)

$= (a-b-c)\,(a-b+c)$ (مطلوبہ اجزائے ضربی)

غور کیجیے کہ مطلوبہ اجزائے ضربی حاصل کرنے کے لیے ہم ایک کے بعد دوسرے تماثل کو کیسے استعمال کرتے ہیں۔

مثال 8 : $m^4 - 256$ کو اجزائے ضربی میں تحلیل کیجیے۔

حل : ہم لکھتے ہیں $m^4 = (m^2)^2$ اور $256 = (16)^2$

اس طرح سے، دی ہوئی عبارت میں تماثل III کا استعمال ہوگا۔

اس لیے $m^4 - 256 = (m^2)^2 - (16)^2$

$= (m^2-16)\,(m^2+16)$ [تماثل III استعمال کرنے پر]

اب $(m^2 + 16)$ کے مزید اجزائے ضربی نہیں بنائے جاسکتے لیکن $(m^2 - 16)$ کے اجزائے ضربی بنائے جاسکتے ہیں۔ تماثل III کے استعمال سے

$$m^2 - 16 = m^2 - 4^2$$

$$= (m-4)\,(m+4)$$

اس لیے $m^2 - 256 = (m-4)\,(m+4)\,(m^2+16)$

14.2.4 $(x + a)\,(x + b)$ کی شکل کے اجزائے ضربی

آیئے اب ہم بحث کرتے ہیں کہ کس طرح ایک متغیر والی عبارتوں کو اجزائے ضربی میں تحلیل کیا جاتا ہے جیسے $x^2 + 5x + 6$، $y^2 - 7y + 12$، $z^2 - 4z - 12$، $3m^2 + 9m + 6$ وغیرہ۔ مشاہدہ کیجیے کہ یہ عبارتیں $(a+b)^2$ یا $(a-b)^2$ قسم کی نہیں ہیں یعنی یہ کامل مربع نہیں ہیں۔ مثال کے طور پر $x^2 + 5x + 6$ میں رُکن 6 کامل مربع نہیں ہے۔ یہ عبارتیں یقیناً $(a^2 - b^2)$ کے استعمال سے اجزائے ضربی میں تحلیل نہیں ہوسکتی۔

جب کہ یہ بظاہر $x^2 + (a+b)\,x + ab$ قسم کی لگتی ہیں۔ اس لیے ہم ان عبارتوں کے اجزائے ضربی معلوم کرنے کے لیے پچھلے باب میں دیے گئے تماثل IV کو استعمال کرتے ہیں:

$$(x+a)\,(x+b) = x^2 + (a+b)\,x + ab \qquad \text{(IV)}$$

اس کے لیے ہمیں x کے ضریب اور مستقل رکن کو دیکھنا ہوگا۔ مندرجہ ذیل مثال کو دیکھیے کہ یہ کس طرح کیا جاتا ہے۔

مثال 9 : $x^2 + 5x + 6$ کے اجزائے ضربی معلوم کیجیے۔

(vi) $9x^2y^2-16$ (viii) $(x^2-2xy+y^2)-z^2$

(viii) $25a^2-4b^2+28bc-49c^2$

.3 مندرجہ ذیل عبارتوں کے اجزائے ضربی معلوم کیجیے۔

(i) ax^2+bx (ii) $7p^2+21q^2$ (iii) $2x^3+2xy^2+2xz^2$

(iv) $am^2+bm^2+bx^2+ax^2$ (v) $(lm+l)+m+1$

(vi) $y(y+z)+9(y+z)$ (vii) $5y^2-20y-8z+2yz$

(viii) $10ab+4a+5b+2$ (ix) $6xy-4y+6-9x$

.4 اجزائے ضربی معلوم کیجیے۔

(i) a^4-b^4 (ii) p^4-81 (iii) $x^4-(y+z)^4$

(iv) $x^4-(x-z)^4$ (v) $a^4-2a^2b^2+b^4$

.5 مندرجہ ذیل عبارتوں کے اجزائے ضربی معلوم کیجیے۔

(i) p^2+6p+8 (ii) $q^2-10q+21$ (iii) $p^2+6p-16$

14.3 الجبری عبارتوں کی تقسیم

ہم پڑھ چکے ہیں کہ الجبری عبارتوں کو کس طرح جمع کیا جاتا ہے اور کس طرح گھٹایا جاتا ہے۔ ہم یہ بھی جانتے ہیں کہ دو عبارتوں کو کس طرح ضرب کیا جاتا ہے لیکن ہم نے ایک الجبری عبارت سے دوسری الجبری عبارت کو تقسیم کرنے پر ابھی تک بحث نہیں کی ہے۔ اس حصّے میں ہم یہی کوشش کریں گے۔

آپ کو یاد ہوگا کہ تقسیم ضرب کا معکوس عمل ہے۔ اس طرح $7\times8=56$ سے $56\div8=7$ یا $56\div7=8$ حاصل ہوتا ہے۔

یہی عمل ہم الجبری عبارتوں کی تقسیم (یا تقسیم کرنے) کے لیے بھی کر سکتے ہیں۔ مثال کے طور پر

(i) $2x\times3x^2=6x^3$

اس لیے $6x^3\div2x=3x^2$

اور ساتھ ہی $6x^3\div3x^2=2x$

(ii) $5x(x+4)=5x^2+20x$

اس لیے $(5x^2+20x)\div5x=x+4$

ہے کہ بڑی قدر والا عدد منفی ہے۔ ہم $a=-4$ اور $b=3$ لے کر کوشش کرتے ہیں، لیکن اس سے بھی بات نہیں بنے گی کیوں کہ $a+b=-1$ ہے۔ اب دوسری ممکن قدریں $a=-6$ اور $b=2$ لیتے ہیں تب $a+b=-4$ ہے جو ہمیں چاہیے۔

$$z^2-4z-12=z^2-6z+2z-12$$
$$=z(z-6)+2(z-6)$$
$$=(z-6)(z+2)$$

مثال 12 : $3m^2+9m+6$ کے اجزائے ضربی معلوم کیجیے۔

حل : ہم دیکھتے ہیں کہ 3 سبھی ارکان میں ایک مشترک جز ضربی ہے۔

اس لیے $3m^2+9m+6=3(m^2+3m+2)$

اب $m^2+3m+2=m^2+m+2m+2$ (کیوں کہ $2=1\times 2$)

$$=m(m+1)+2(m+1)$$
$$=(m+1)(m+2)$$

اس لیے $3m^2+9m+6=3(m+1)(m+2)$

مشق 14.2

1. مندرجہ ذیل عبارتوں کے اجزائے ضربی معلوم کیجیے۔

(i) $a^2+8a+16$ (ii) $p^2-10p+25$ (iii) $25m^2+30m+9$

(iv) $49y^2+84yz+36z^2$ (v) $4x^2-8x+4$

(vi) $121b^2-88bc+16c^2$

(vii) $(l+m)^2-4lm$ (اشارہ: پہلے $(l+m)^2$ کو پھیلائیے)

(viii) $a^4+2a^2b^2+b^4$

2. اجزائے ضربی معلوم کیجیے۔

(i) $4p^2-9q^2$ (ii) $63a^2-112b^2$ (iii) $49x^2-36$

(iv) $16x^5-144x^3$ (v) $(l+m)^2-(l-m)^2$

$$7x^2y^2z^2 \div 14xyz = \frac{7 \times x \times x \times y \times y \times z \times z}{2 \times 7 \times x \times y \times z} \quad \text{(ii)}$$

$$= \frac{x \times y \times z}{2} = \frac{1}{2}xyz$$

کوشش کیجیے

تقسیم کیجیے۔

(i) $24xy^2z^3$ کو $6yz^2$ سے (ii) $63a^2b^4c^6$ کو $7a^2b^2c^3$ سے

14.3.2 کثیر رُکنی کی ایک رُکنی سے تقسیم

آیئے ایک سہ رُکنی $4y^3 + 5y^2 + 6y$ کی یک رُکنی $2y$ سے تقسیم پر غور کریں۔

$$4y^3 + 5y^2 + 6y = (2 \times 2 \times y \times y \times y) + (5 \times y \times y) + (2 \times 3 \times y)$$

(یہاں ہم کثیر رُکنی کے ہر ایک رُکن کو اجزائے ضربی کی شکل میں لکھتے ہیں) ہم دیکھتے ہیں کہ $2 \times y$ ہر ایک رکن میں ایک مشترک جز ضربی ہے۔ اس لیے ہر ایک رکن سے $2 \times y$ علاحدہ کرنے پر ہمیں حاصل ہوتا ہے۔

$$4y^3 + 5y^2 + 6y = 2 \times y \times (2 \times y \times y) + 2 \times y \times \left(\frac{5}{2} \times y\right) + 2 \times y \times 3$$

$$= 2y(2y^2) + 2y\left(\frac{5}{2}y\right) + 2y(3)$$

$$= 2y\left(2y^2 + \frac{5}{2}y + 3\right)$$ (مشترک جز ضربی $2y$ کو الگ دکھایا گیا ہے)

اس لیے $(4y^3 + 5y^2 + 6y) \div 2y$

$$= \frac{4y^3 + 5y^2 + 6y}{2y} = \frac{2y\left(2y^2 + \frac{5}{2}y + 3\right)}{2y} = 2y^2 + \frac{5}{2}y + 3$$

متبادل شکل میں ہم سہ رُکنی کے ہر ایک رُکن کو خارج کرنے کے طریقہ کا استعمال کرتے ہوئے اسے ایک رُکنی سے تقسیم کر سکتے ہیں۔

$$(4y^3 + 5y^2 + 6y) \div 2y = \frac{4y^3 + 5y^2 + 6y}{2y}$$

$$= \frac{4y^3}{2y} + \frac{5y^2}{2y} + \frac{6y}{2y} = 2y^2 + \frac{5}{2}y + 3$$

یہاں ہم شمار کنندہ میں کثیر رُکنی کے ہر ایک رُکن کو نسب نما میں ایک رُکنی سے تقسیم دیتے ہیں۔

اور ساتھ ہی $(5x^2 + 20x) \div (x + 4) = 5x$

اب ہم غور سے دیکھیں کہ ایک عبارت کو دوسری عبارت سے کس طرح تقسیم کیا جا سکتا ہے۔ شروع کرنے کے لیے ہم ایک یک رُکنی کی دوسری یک رُکنی سے تقسیم پر غور کریں گے۔

14.3.1 ایک یک رکنی کی دوسری یک رُکنی سے تقسیم

$6x^3 \div 2x$ پر غور کیجیے

ہم $2x$ اور $6x^3$ کو نہ تحلیل ہونے والے جز ضربی میں لکھ سکتے ہیں۔

$$2x = 2 \times x$$

$$6x^3 = 2 \times 3 \times x \times x \times x$$

اب ہم $2x$ کو الگ کرنے کے لیے $6x^3$ کے اجزائے ضربی کا گروپ بناتے ہیں۔

$$6x^3 = 2 \times x \times (3 \times x \times x) = (2x) \times (3x^2)$$

اس طرح $6x^3 \div 2x = 3x^2$

متحرک اجزائے ضربی کو خارج کرنے کا ایک مختصر طریقہ یہ ہے جو ہم اعداد کی تقسیم میں کرتے ہیں۔

$$77 \div 7 = \frac{77}{7} = \frac{7 \times 11}{7} = 11$$

اسی طرح $6x^3 \div 2x = \frac{6x^3}{2x}$

$$= \frac{2 \times 3 \times x \times x \times x}{2 \times x} = 3 \times x \times x = 3x^2$$

مثال 13 : مندرجہ ذیل کو تقسیم کیجیے

(i) $-20x^4 \div 10x^2$ (ii) $7x^2y^2z^2 \div 14xyz$

حل :

(i) $$-20x^4 = -2 \times 2 \times 5 \times x \times x \times x \times x$$

$$10x^2 = 2 \times 5 \times x \times x$$

اس لیے $(-20x^4) \div 10x^2 = \frac{-2 \times 2 \times 5 \times x \times x \times x \times x}{2 \times 5 \times x \times x} = -2 \times x \times x = -2x^2$

$$= 2 \times 2 \times 11 \times x^2 (x-8)(x+3)$$

اس لیے، $44 (x^4 - 5x^3 - 24x^2) \div 11x(x-8)$

$$= \frac{2 \times 2 \times 11 \times x \times x \times (x+3) \times (x-8)}{11 \times x \times (x-8)}$$

$$= 2 \times 2 \times x \times (x+3) = 4x(x+3)$$

مثال 16 : $z(5z^2 - 80)$ کو $5z(z+4)$ سے تقسیم دیجیے۔

حل : مقسوم = $z(5z^2 - 80)$

$$= z[(5 \times z^2) - (5 \times 16)]$$

$$= z \times 5 \times (z^2 - 16)$$

$$= 5z \times (z+4)(z-4)$$

(تماثل $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$ کا استعمال کرنے پر)

ہم شمار کنندہ اور نسب نما میں موجود مشترک اجزائے ضربی 11، x اور $(x-8)$ کو خارج کرتے ہیں

اس طرح $z(5z^2 - 80) \div 5z(z+4) = \dfrac{5z(z-4)(z+4)}{5z(z+4)} = (z-4)$

مشق 14.3

1. مندرجہ ذیل کو تقسیم کیجیے۔

(i) $28x^4 \div 56x$ (ii) $-36y^3 \div 9y^2$ (iii) $66pq^2r^3 \div 11qr^2$

(iv) $34x^3y^3z^3 \div 51xy^2z^3$ (v) $12a^8b^8 \div (-6a^6b^4)$

2. دی ہوئی کثیر رُکنی کو دی ہوئی یک رُکنی سے تقسیم کیجیے۔

(i) $(5x^2 - 6x) \div 3x$ (ii) $(3y^8 - 4y^6 + 5y^4) \div y^4$

(iii) $8(x^3y^2z^2 + x^2y^3z^2 + x^2y^2z^3) \div 4x^2y^2z^2$ (iv) $(x^3 + 2x^2 + 3x) \div 2x$

(v) $(p^3q^6 - p^6q^3) \div p^3q^3$

3. مندرجہ ذیل کو تقسیم کیجیے۔

(i) $(10x - 25) \div 5$ (ii) $(10x - 25) \div (2x - 5)$

مثال 14 : مندرجہ بالا دونوں طریقوں کا استعمال کرتے ہوئے $24\,(x^2yz + xy^2z + xyz^2)$ کو $8\,xyz$ سے تقسیم دیجیے۔

حل : $24\,(x^2yz + xy^2z + xyz^2)$

$$= 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times [(x \times x \times y \times z) + (x \times y \times y \times z) + (x \times y \times z \times z)]$$

$$= 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times x \times y \times z \times (x + y + z) = 8 \times 3 \times xyz \times (x + y + z)$$ (مشترک جز ضربی باہر لینے پر)

اس لیے، $24\,(x^2yz + xy^2z + xyz^2) \div 8\,xyz$

$$= \frac{(8 \times 3 \times xyz \times (x + y + z))}{8 \times xyz} = 3 \times (x + y + z) = 3\,(x + y + z)$$

متبادل شکل میں $24\,(x^2yz + xy^2z + xyz^2) \div 8\,xyz = \frac{24x^2yz}{8xyz} + \frac{24xy^2z}{8xyz} + \frac{24xyz^2}{8xyz}$

$$= 3x + 3y + 3z = 3\,(x + y + z)$$

14.4 کثیر رُکنی کی کثیر رکنی سے تقسیم

● $(7x^2 + 14x) \div (x + 2)$ پر غور کیجیے۔

نسب نما کے ساتھ $(7x^2 + 14x)$ کے اجزائے ضربی کی جانچ اور میلان کرنے کے لیے پہلے اس کے اجزائے ضربی معلوم کریں گے:

$$7x^2 + 14x = (7 \times x \times x) + (2 \times 7 \times x)$$

$$= 7 \times x \times (x + 2) = 7x\,(x + 2)$$

کیا شمار کنندہ کے ہر رکن کو نسب نما کے دو رکنی سے تقسیم دینا سودمند ہوگا؟

اب $(7x^2 + 14x) \div (x + 2) = \frac{(7x^2 + 14x)}{x + 2}$

$$= \frac{7x(x + 2)}{x + 2} = 7x$$ (اجزائے ضربی $(x + 2)$ کو خارج کرنے پر)

مثال 15 : $44\,(x^4 - 5x^3 - 24x^2)$ کو $11x\,(x - 8)$ سے تقسیم کیجیے۔

حل : $44\,(x^4 - 5x^3 - 24x^2)$ کے اجزائے ضربی نکالنے پر ہمیں حاصل ہوتا ہے۔

$$4\,(x^4 - 5x^3 - 424x^2) = 2 \times 2 \times 11 \times x^2\,(x^2 - 5x - 24)$$

(مشترک اجزائے ضربی x^2 کو بریکٹ سے باہر لانے پر)

$$= 2 \times 2 \times 11 \times x^2\,(x^2 - 8x + 3x - 24)$$

$$= 2 \times 2 \times 11 \times x^2\,[x\,(x - 8) + 3(x - 8)]$$

یاد رکھیے جب آپ کسی یک رُکنی کا مربع کرتے ہیں تو عددی ضریب اور ہر ایک جزِ ضربی کا مربع کیا جاتا ہے۔

کوئی بھی فارمولہ استعمال کرنے سے پہلے یہ یقین کرلیں کہ کیا وہ فارمولہ صحیح معنوں میں استعمال کیا جاسکتا ہے۔

	نمرتا	سلمہ
(a)	$3(x-4) = 3x-4$	$3(x-4) = 3x-12$
(b)	$(2x)^2 = 2x^2$	$(2x)^2 = 4x^2$
(c)	$(2a-3)(a+2) = 2a^2 - 6$	$(2a-3)(a+2) = 2a^2 + a - 6$
(d)	$(x+8)^2 = x^2 + 64$	$(x+8)^2 = x^2 + 16x + 64$
(e)	$(x-5)^2 = x^2 - 25$	$(x-5)^2 = x^2 - 10x + 25$

کیانمرتا اور سلمہ کے ذریعے کیا گیا ضرب صحیح ہے؟ اپنے جواب کی وجوہات بتائیے۔

کام 4 جوزف نے تقسیم کے سوال کو اس طرح حل کیا : $\frac{a+5}{5} = a+1$

اُس کے دوست سریش نے اسے اس طرح کیا : $\frac{a+5}{5} = a$

اس کے دوسرے دوست سمن نے اسے اس طرح کیا: $\frac{a+5}{5} = \frac{a}{5}+1$

کس کا طریقہ صحیح ہے اور کس کا غلط؟ اور کیوں؟

ایک کثیر رُکنی کو ایک یک رُکنی سے تقسیم کرتے وقت ہم شمار کنندہ کے ہر رُکن کو سب نما میں دی گئی ایک رُکنی سے تقسیم کرتے ہیں۔

کچھ تفریح !

اتل کے سوچنے کا انداز ہمیشہ الگ ہوتا ہے۔ اس نے سوماتھی ٹیچر سے پوچھا'' آپ جو کچھ کہتی ہیں اگر وہ صحیح ہے تو مجھے $4 = \frac{4}{1} = \frac{64}{16}$ صحیح جواب کیوں معلوم ہو رہا ہے؟ ٹیچر نے اسے سمجھایا'' ایسا اس لیے ہے کیوں کہ $4 \times 16 = 64$ ہوتا ہے اور $\frac{4}{1} = \frac{16 \times 4}{16 \times 1} = \frac{64}{16}$ ہے۔ حقیقت میں، ہم مشترک جزِ ضربی 16 کو خارج کرتے ہیں، 6 کو نہیں، جیسا کہ آپ دیکھ سکتے ہیں۔ دراصل 6 نہ تو 64 اور نہ ہی 16 کا جزِ ضربی ہے''۔ ٹیچر نے گفتگو جاری رکھتے ہوئے کہا'' ساتھ ہی $\frac{4}{1} = \frac{664}{166}$، $\frac{4}{1} = \frac{6664}{1666}$ ، وغیرہ بھی ہوتا ہے۔'' کیا یہ دلچسپ نہیں ہے؟ کیا آپ $\frac{64}{16}$ جیسی کچھ اور مثالوں میں اتل کی مدد کر سکتے ہیں۔

(iii) $10\, y\,(6\, y+21) \div 5\,(2\, y+7)$ (iv) $9\, x^2 y^2 (3z-24) \div 27\, x\, y\,(z-8)$

(v) $96\, abc\,(3\, a-12)\,(5\, b-30) \div 144\,(a-4)\,(b-6)$

.4 تقسیم کیجیے۔

(i) $5\,(2\, x+1)\,(3\, x+5) \div (2\, x+1)$ (ii) $26\, x\, y\,(x+5)\,(y-4) \div 13\, x\,(y-4)$

(iii) $52\, pqr\,(p+q)\,(q+r)\,(r+p) \div 104\, pq\,(q+r)\,(r+p)$

(iv) $20\,(y+4)\,(y^2+5\, y+3) \div 5\,(y+4)$ (v) $x\,(x+1)\,(x+2)\,(x+3) \div x\,(x+1)$

.5 عبارتوں کے اجزائے ضربی بنائیے اور ہدایت کے مطابق تقسیم کیجیے۔

(i) $(y^2+7\, y+10) \div (y+5)$ (ii) $(m^2-14\, m-32) \div (m+2)$

(iii) $(5\, p^2-25\, p+20) \div (p-1)$ (iv) $4\, yz\,(z^2+6\, z-16) \div 2\, y\,(z+8)$

(v) $5\, pq\,(p^2-q^2) \div 2\, p\,(p+q)$

(vi) $12\, x\, y\,(9\, x^2-16\, y^2) \div 4\, x\, y\,(3\, x+4\, y)$ (vii) $39\, y^3 (50\, y^2-98) \div 26\, y^2(5\, y+7)$

14.5 کیا آپ غلطی تلاش کر سکتے ہیں؟

کسی رُکن کے ضریب 1 کو عام طور سے ظاہر نہیں کیا جاتا۔ لیکن یکساں ارکان کو جمع کرتے وقت ہم اسے جمع میں شامل کرتے ہیں۔

کام 1 ایک مساوات کو حل کرتے وقت سریتا نے مندرجہ ذیل طریقہ اختیار کیا۔

$$3\, x+x+5\, x = 72$$

اس لیے $8\, x = 72$

اوراس لیے $x = \dfrac{72}{8} = 9$

اس نے کہاں غلطی کی؟ صحیح جواب معلوم کیجیے۔

ایک منفی قدر رکھتے وقت بریکٹوں کا استعمال کرنا یاد رکھیں۔

کام 2 اپّو نے اس طرح حل کیا:

$$5\, x = 5-3 = 2, x=-3$$

کیا یہ طریقہ صحیح ہے؟ اگر نہیں تو اسے صحیح کیجیے۔

یاد رکھیے جب آپ بریکٹوں میں بند کسی عبارت کو اس کے باہر لکھے متعلقہ (یا متغیر) سے ضرب کرتے ہیں تو عبارت کے ہر ایک رُکن سے اس مستقلہ (یا متغیر) کو ضرب کیا جاتا ہے۔

کام 3 نمرتا اور سلمہ نے الجبری عبارتوں کی ضرب کے لیے مندرجہ ذیل طریقہ اختیار کیا۔

3. کسی عبارت کے اجزائے ضربی معلوم کرنے کا ایک منظّم طریقہ مشترک جز ضربی طریقہ ہے۔اس طریقہ کے 3 اقدام ہوتے ہیں۔(i) عبارت کے ہرایک رُکن کو مزید اجزائے ضربی میں نہ تحلیل ہونے والے اجزائے ضربی کے حاصل ضرب کی شکل میں لکھیے۔(ii) مشترک اجزائے ضربی کا پتہ لگائیے اورانھیں الگ کیجیے۔(iii) ہرایک رُکن میں باقی اجزائے ضربی کو تقسیمی اُصول کے مطابق ملائیے۔

4. کبھی کبھی ایک دی ہوئی عبارت کے سبھی ارکان میں ایک مشترک جز ضربی نہیں ہوتا لیکن ان ارکان کے کچھ گروپ اس طرح بنائے جاسکتے ہیں کہ ہر ایک گروپ کے سبھی ارکان میں ایک مشترک جز ضربی ہوتا ہے۔جب ہم ایسا کرتے ہیں تو سبھی گروپ میں ایک مشترک جز ضربی ظاہر ہوجاتا ہے۔ جس سے ہم عبارت کے اجزائے ضربی حاصل کرلیتے ہیں۔یہ طریقہ گروپ بنانے کا طریقہ کہلاتا ہے۔

5. گروپ کے ذریعے اجزائے ضربی میں یہ یادرکھنا چاہیے کہ عبارت کے ارکان کے دوسرے گروپ یادوسری ترتیب بنانے سے اجزائے ضربی حاصل نہیں ہوتے ہیں۔ہمیں عبارت کا مشاہدہ کرنا چاہیےاورسعی اورخطا کے طریقہ سے مطلوبہ گروپ حاصل کرنا چاہیے۔

6. اجزائے ضربی میں تبدیل ہونے والی عبارتوں میں سے بہت سی $a^2 + 2\,ab + b^2$، $a^2 - 2ab + b^2$، $a^2 - b^2$ اور $x^2 + (a + b) + ab$ کی شکل کے ہوتے ہیں یا انھیں اس شکل میں بدلا جاسکتا ہے۔ان عبارتوں کے اجزائے ضربی باب 9 میں دی ہوئی مندرجہ ذیل تماثلات I،II،III اور IV سے حاصل کیے جاسکتے ہیں۔

$$a^2 + 2\,ab + b^2 = (a + b)^2$$

$$a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$$

$$a^2 - b^2 = (a + b)\,(a - b)$$

$$x^2 + (a + b)\,x + ab = (x + a)\,(x + b)$$

7. ان عبارتوں میں جن کے اجزائے ضربی $(x + a)\ (x + b)$ شکل کے ہیں یہ یادرکھنا چاہیے کہ عددی رُکن سے ab حاصل ہوتا ہے۔اس کے اجزائے ضربی a اور b کو اس طرح منتخب کرنا چاہیے کہ علامت کا خیال رکھتے ہوئے ان کا حاصل جمع x کے ضریب کے برابر ہو۔

8. ہم جانتے ہیں کہ اعداد کی حالت میں تقسیم،ضرب کا معکوس عمل ہوتا ہے۔یہی بات الجبری عبارتوں کی تقسیم کے لیے بھی مناسب ہوتی ہے۔

9. ایک کثیر رُکنی کو ایک یک رُکنی سے تقسیم کی حالت میں ہم تقسیم کرنے کے لیے کثیر رُکنی کے ہرایک رُکن کو اس یک رُکنی سے تقسیم دے کر کرسکتے ہیں یا مشترک اجزائے ضربی کا طریقہ استعمال کرسکتے ہیں۔

10. ایک کثیر رُکنی کی ایک کثیر رُکنی سے تقسیم کی حالت میں ہم مقسوم کثیر رُکنی کے ہرایک رُکنی کو قاسم کثیر رُکنی سے تقسیم کرکے آگے نہیں بڑھتے اس کے بجائے ایک جگہ ہم ہرایک کثیر رُکنی کے اجزائے ضربی معلوم کرتے ہیں اورانھیں مشترک اجزائے ضربی کو خارج کردیتے ہیں۔

مشق 14.4

مندرجہ ذیل ریاضیاتی عبارت میں غلطی تلاش کر کے اُسے صحیح کیجیے۔

1. $4(x-5) = 4x-5$
2. $x(3x+2) = 3x^2+2$
3. $2x+3y = 5xy$
4. $x+2x+3x = 5x$
5. $5y+2y+y-7y = 0$
6. $3x+2x = 5x^2$
7. $(2x)^2+4(2x)+7 = 2x^2+8x+7$
8. $(2x)^2+5x = 4x+5x = 9x$
9. $(3x+2)^2 = 3x^2+6x+4$
10. $x=-3$ رکھنے پر

 (a) x^2+5x+4 سے $(-3)^2+5(-3)+4 = 9+2+4 = 15$ حاصل ہوتا ہے۔

 (b) x^2-5x+4 سے $(-3)^2-5(-3)+4 = 9-15+4 = -2$ حاصل ہوتا ہے۔

 (c) x^2+5x سے $(-3)^2+5(-3) = -9-15 = -24$ حاصل ہوتا ہے۔

11. $(y-3)^2 = y^2-9$
12. $(z+5)^2 = z^2+25$
13. $(2a+3b)(a-b) = 2a^2-3b^2$
14. $(a+4)(a+2) = a^2+8$
15. $(a-4)(a-2) = a^2-8$
16. $\frac{3x^2}{3x^2} = 0$
17. $\frac{3x^2+1}{3x^2} = 1+1 = 2$
18. $\frac{3x}{3x+2} = \frac{1}{2}$
19. $\frac{3}{4x+3} = \frac{1}{4x}$
20. $\frac{4x+5}{4x} = 5$
21. $\frac{7x+5}{5} = 7x$

ہم نے کیا سیکھا؟

1. جب ہم کسی عبارت کے اجزائے ضربی نکالتے ہیں تو ہم اسے اجزائے ضربی کے حاصل ضرب کی شکل میں لکھتے ہیں۔ یہ اجزائے ضربی، اعداد، الجبری متغیر یا الجبری عبارت ہوسکتے ہیں۔
2. ایک اجزائے ضربی میں نہ تحلیل ہونے والا جز ضربی ایسا جز ضربی ہے جسے اور آگے اجزائے ضربی کے حاصل ضرب کی شکل میں ظاہر نہیں کیا جاسکتا۔

11. اس باب میں پڑھے گئے الجبری عبارت کی تقسیم کی حالت سے ہمیں مقسوم = (خارج قسمت) × قاسم حاصل ہوگا۔

عمومی طور پر یہ رشتہ اس طرح ہوتا ہے:

مقسوم = باقی + خارج قسمت × قاسم

اس طرح اس باب میں ہم نے صرف ان تقسیموں کے بارے میں پڑھا جن میں باقی صفر ہے۔

12. الجبری سوالوں کو حل کرتے ہوئے طلبا مختلف قسم کی غلطیاں کرتے ہیں آپ کو ایسی غلطیوں سے بچنا چاہیے۔