



باب 13

تشاکل

Symmetry

13.1 تعارف (Introduction)

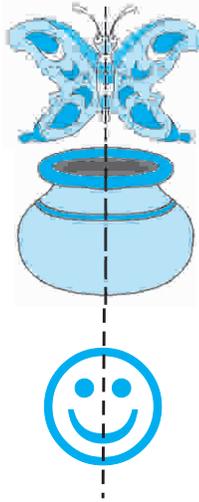
روزمرہ کی زندگی میں استعمال ہونے والا ایک عام سا لفظ ”تشاکل“ ہے جب ہم کوئی ایسی بناوٹ دیکھتے ہیں جو پوری طرح سے متوازن اور تناسب میں ہو تو ہم کہتے ہیں کہ یہ بناوٹ ’تشاکل‘ میں ہے۔



ترو و نامالائی (تامل ناڈو)



تاج محل (یوپی)



فن تعمیر کے یہ نمونے تشاکل کی وجہ سے ہی خوبصورتی کے بہترین مثال بنے ہیں۔ اگر ہم ایک تصویر کو بیچ میں سے اس طرح موڑیں کہ دائیں جانب کا حصہ بائیں جانب کے حصہ کو پوری طرح ڈھک لے تو کہا جاسکتا ہے کہ یہ (بیچ کا موڑ) تصویر خط تشاکل ہے (شکل 13.1)۔ ہم دیکھ سکتے ہیں کہ دونوں آدھے حصے ایک دوسرے کا عکس ہیں۔ اگر ہم تصویر کے موڑ پر ایک آئینہ رکھ دیں تو اس کا عکس پوری طرح تصویر کے باقی حصہ جیسا ہی ہوگا۔ تو یہ موڑ (حقیقی یا فرضی) جو کہ یہاں آئینہ ہے، تصویر کے لئے تناسب کا محور یا خط تشاکل کہلاتا ہے۔

یہاں جو اشکال آپ دیکھ رہے ہیں وہ تشاکل ہیں۔ کیوں؟

جب آپ ان کو نقطہ دار قطر پر سے موڑیں گے تو تصویر کا آدھا حصہ دوسرے آدھے حصہ کو پورا پورا ڈھک لے گا۔

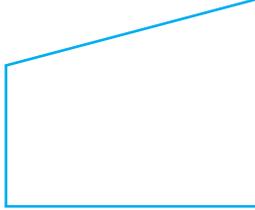
تصویر کے نقطہ دار خط کو آپ کیا کہیں گے؟

آپ آئینہ کو کہاں رکھیں گے کہ تصویر کی آدھی شکل کا عکس باقی آدھی شکل پر

پوری طرح پڑے؟

دی گئی شکل 13.2 تشاکل میں نہیں ہے۔

کیا آپ بتا سکتے ہیں کیوں نہیں؟



شکل 13.2

13.2 تشاکل اشکال کو بنانا: روشنائی کے دھبوں کے ذریعہ (Making Symmetric Figures: Ink-Blot Devils)

خود کریں:



کاند کا ایک ٹکڑا لیجئے اس کو بالکل بیچ میں سے موڑیے ایک آدھے حصہ پر روشنائی کے چند قطرے ڈالیے۔ اب دونوں حصوں کو ملا کر دبائیے۔

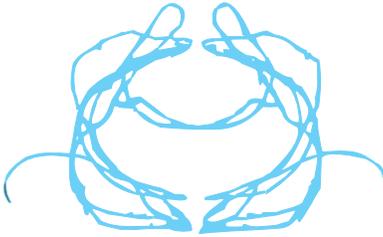
آپ نے کیا دیکھا؟

کیا بننے والی تصویر تشاکل میں ہے؟ اگر ہاں تو تشاکل کا خط کہاں ہے؟ کیا یہاں ایسا اور بھی کوئی خط ہے۔ جس پر سے اس تصویر کو موڑا جائے تو دو بالکل ایک سے حصوں میں بٹ جائے؟

ایسے کچھ اور پیڑن بنانے کی کوشش کیجئے۔

روشنائی میں بھیکے دھاگوں کے پیڑن (Inked-String Patterns)

ایک کاند کو بیچ میں سے موڑیے کاند کے آدھے حصہ پر دھاگے کے ایک ٹکڑے کو رنگ یا روشنائی میں بھگو کر رکھ دیجئے اب



کاغذ کے دونوں حصوں کو ملا کر دبائیے۔ آپ کو جو شکل ملی اس کو دیکھئے۔ کیا یہ تشاکل ہے؟ دو بالکل ایک سے آدھے حصہ حاصل کرنے کے لئے کاغذ کو کتنے طریقوں سے موڑا جاسکتا ہے۔

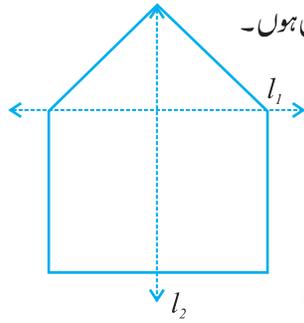


کوشش کیجئے:

آپ کے جیومیٹری باکس میں جو دو سیٹ اسکوائر ہیں کیا وہ تناسب میں ہیں؟

اپنی کلاس میں پائی جانے والی چیزوں کی ایک فہرست بنائیے۔ جیسے تختہ سیاہ، میز، دیوار، کتاب وغیرہ۔ ان میں کون سی چیزیں تشاکل ہیں۔ اور کون سی نہیں؟ جو چیزیں تشاکل ہیں کیا آپ ان کے لئے تشاکل کے خطوط کی نشاندہی کر سکتے ہیں؟

مشق 13.1

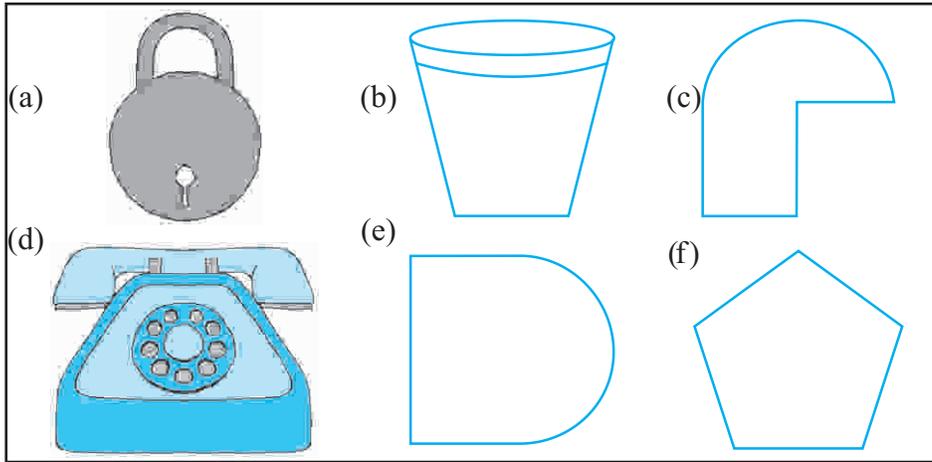


1. اپنے اسکول یا گھر میں سے چار ایسی چیزوں کے نام لکھئے جو تشاکل ہوں۔

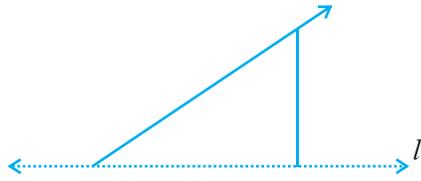
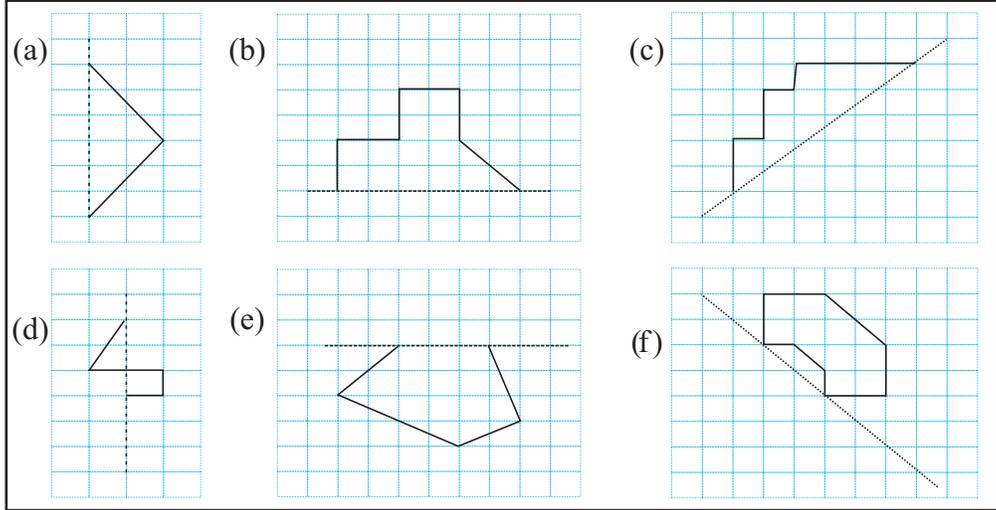
2. دی گئی شکل میں آئینہ کا خط کون سا ہے۔ l_1 یا l_2

3. درج ذیل دی گئی اشکال کو پہچانئے۔ جانچ کیجئے کہ کیا یہ تشاکل میں

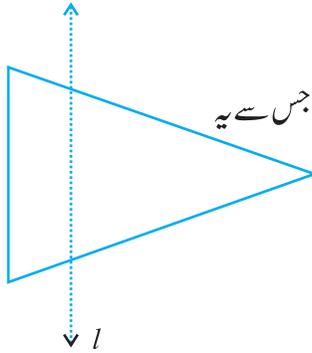
ہیں یا نہیں۔ ان کے لئے تشاکل کے خطوط بھی بنائیے۔



4. دی گئی اشکال کو ایک گراف پیپر پر اتاریے۔ گراف پیپر وہ کاغذ ہے جو آپ نے اپنی پچھلی جماعتوں میں استعمال کئے ہوئے۔ نقطہ دار خط کو متشکل کا خط مان کر شکل کو پورا بھی کیجئے۔



5. شکل میں 'l' تناسب کا خط ہے۔ ڈائیگرام کو متشکل بنانے کے لئے مکمل کیجئے۔



6. شکل میں 'l' تناسب کا خط ہے۔ مثلث کا عکس بنائیے اور ڈائیگرام کو مکمل کیجئے جس سے یہ متشکل ہو جائے۔

13.3 تشکل کے دو خطوط والی اشکال

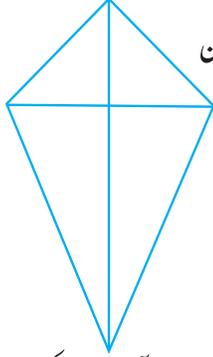
(Figures with Two Lines of Symmetry)

خود کریں:

ایک پتنگ (A Kite)

آپ کے جیومیٹری بکس کے دو سیٹ اسکوائر میں سے ایک کے زاویوں کا ناپ 30^0 ، 60^0 ، 90^0 ہے۔





دو ایک جیسے اسکوائر لیجئے۔ ان کو برابر برابر اس طرح ملا کر رکھئے جس سے کہ ایک پتنگ بن سکے۔ جیسا کہ یہاں دکھایا گیا ہے۔

شکل میں کتنے تشاکل کے خطوط ہیں؟

کیا آپ سوچتے ہیں کہ کچھ اشکال کے ایک سے زیادہ تشاکل کے خطوط ہو سکتے ہیں؟

مستطیل (A rectangle)

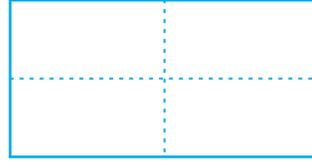
مستطیل نما ایک کاغذ لیجئے (جیسے پوسٹ کارڈ) اس کو لمبائی میں موڑنیے جس سے کہ ایک آدھا حصہ دوسرے آدھے حصہ کو پوری طرح ڈھک لے۔ کیا یہ موڑ تشاکل کا خط ہے؟

ایسا کیوں ہے؟

کاغذ کو کھولنے اور پھر اس کو بالکل اسی طرح چوڑائی میں جوڑنیے۔ کیا دوسرا موڑ بھی تشاکل کا خط ہے؟ ایسا کیوں؟



دوسرا موڑ

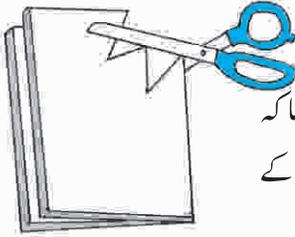


پہلا موڑ

کیا آپ کو پتہ چلا کہ یہ دونوں خطوط ہی تشاکل کے خطوط ہیں؟

کوشش کیجئے:

دو یا زیادہ سیٹ اسکوائر کا استعمال کر کے آپ جتنی اشکال بنا سکتے ہیں۔ ان کو گراف پیپر پر بنائیے۔ اور ان کے لئے خط تشاکل بھی بنائیے۔



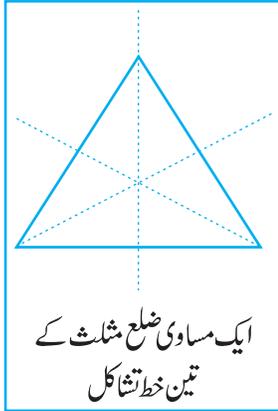
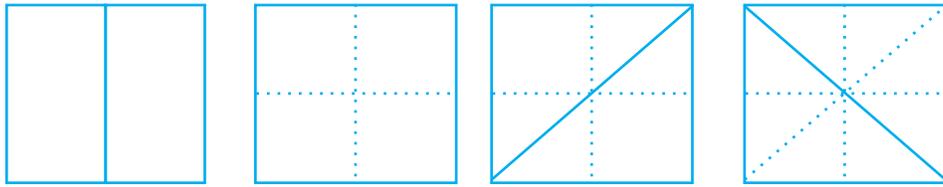
دوہرے موڑ سے کاٹنا (A Cut out from double fold)

ایک مستطیل نما کاغذ لیجئے۔ اس کو موڑیے پھر دوبارہ موڑیے۔ اس پر کچھ ڈیزائن بنائیے جیسا کہ دکھایا گیا ہے۔ جو شکل بنی اس کو کاٹتے اور پھر کاغذ کو کھولنے (کھولنے سے پہلے، اس شکل کے بارے میں اندازہ لگائیے جو آپ کو حاصل ہوگی)۔

کاٹی گئی شکل میں کتنے خط تشاکل ہیں؟
ایسے کچھ اور ڈیزائن بنائیے۔

13.4 دو سے زیادہ خط تشاکل والی اشکال

(Figures with Multiple (more than two) Lines of Symmetry)



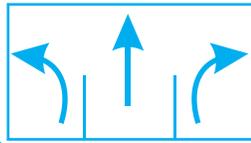
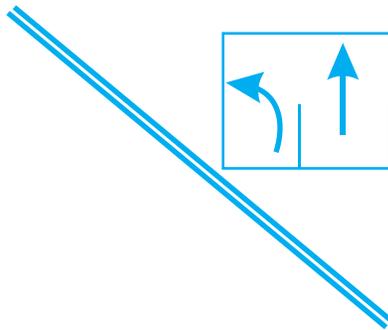
ایک مربع نما کاغذ لیجئے اس کو عمودی طریقے سے موڑیے پھر اس کو افقی طریقے سے ایک اور بار موڑیے (یعنی آپ کو دو بارہ موڑنا ہے۔ اب کاغذ کو کھولنے اور پھر اس کو دو برابر حصوں میں موڑیے (اب تیسری بار) مگر اس بار ترچھا موڑیے جیسا کہ شکل میں دکھایا گیا ہے۔ موڑنے کے بعد اس کو کھولنے۔

اس شکل کے کتنے خط تشاکل ہیں؟

کچھ اشکال کا صرف ایک خط تشاکل ہے کچھ کے دو اور کچھ کے تین یا زیادہ خط تشاکل بھی ہوتے ہیں۔

کیا آپ ایسی کوئی شکل بنا سکتے ہیں جس کے 6 خط تشاکل ہوں؟

تشاکل - تشاکل - ہر جگہ تشاکل (Symmetry, Symmetry every where!)



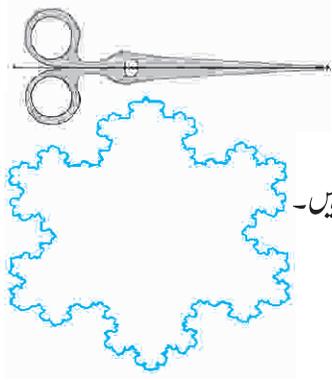
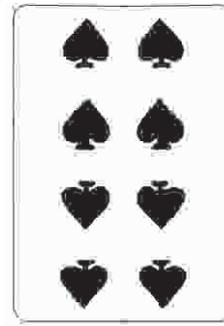
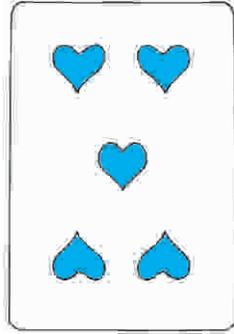
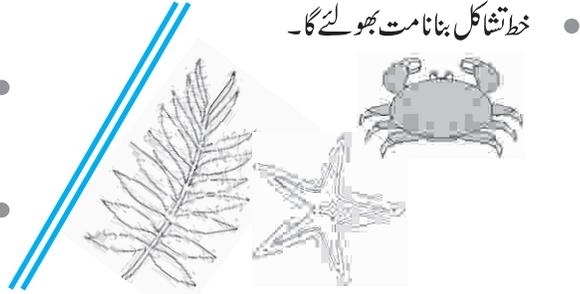
• روز آئے آپ سڑک پر بنی کچھ ایسی
علاقتیں دیکھتے ہیں جن میں خط
تشاکل ہوتے ہیں ان میں سے

کچھ یہاں:

دیکھائی گئی ہیں کچھ اور تشاکل والی علامتوں کی نشان دہی کر کے بنائیے۔



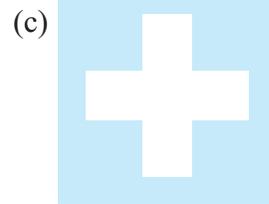
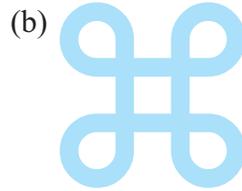
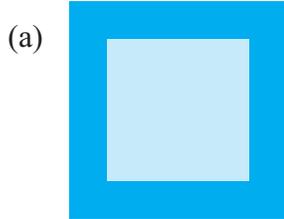
- قدرت نے بھی بہت ساری ایسی چیزیں بنائی ہیں جن کی بناوٹ تشاکل میں ہے؛ ان کو دیکھئے:
- تاش کے کچھ پتوں میں بھی خط تشاکل ہوتا ہے۔ درج ذیل پتوں میں ان کو تلاش کیجئے۔

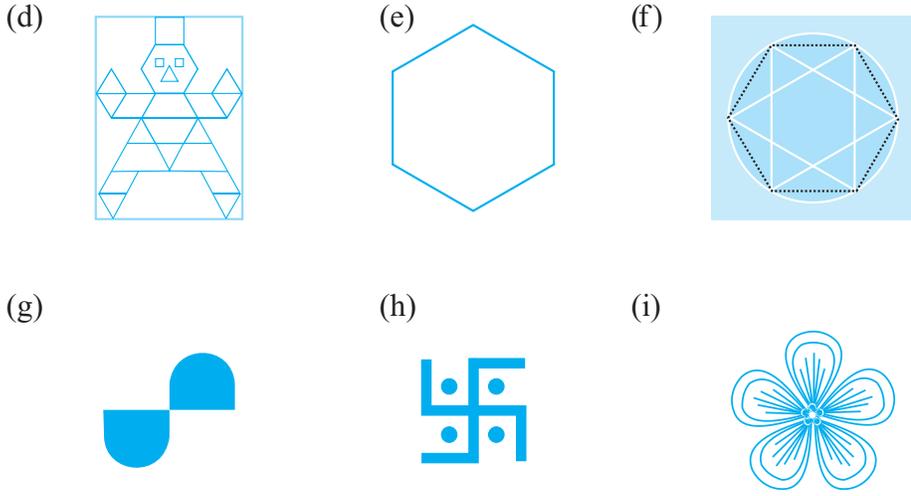


- یہاں ایک فیٹیجی دی گئی ہے۔ اس میں کتنے خط تشاکل ہیں؟
- اس خوبصورت تصویر کو دیکھتے ہیں یہ پیٹرین تشاکل میں ہے اس کو کوچ کا اسنوفلیک (Koch's Snowflake) کہتے ہیں۔ (آپ کمپیوٹر میں اس طرح کی دوسری تصاویر ڈھونڈ سکتے ہیں۔) ان اشکال کے لئے خط تشاکل معلوم کیجئے۔

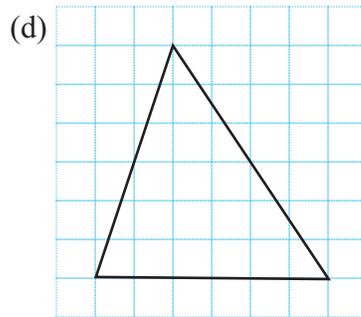
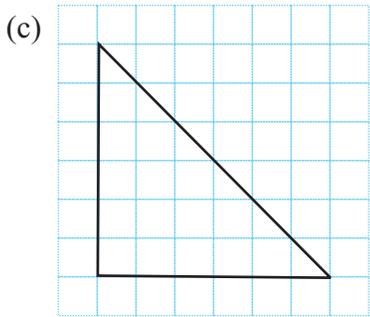
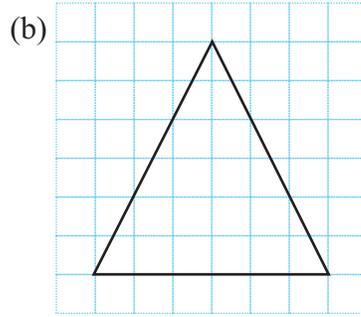
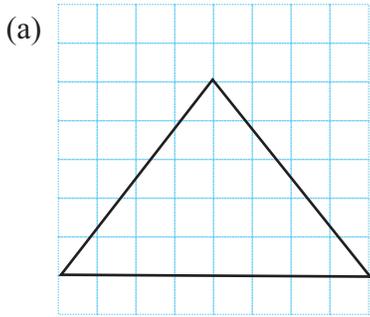
مشق 13.2

1. مندرجہ ذیل اشکال میں سے ہر ایک کے لئے خط تشاکل معلوم کیجئے۔

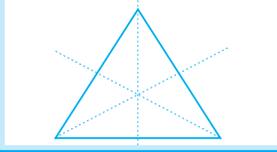




2. مندرجہ ذیل مثلث کی اشکال کو گراف پیپر پر اتاریے سبھی کے خط تشاکل بنائیے (اگر ہیں تو) اور مثلث کی قسم بھی معلوم کیجئے (آپ میں سے بعض ان اشکال کو چھاپنا (trace کرنا) پسند کر سکتے ہیں۔ اور پھر کاغذ کو موڑ کر تشاکل معلوم کر سکتے ہیں۔



3. مندرجہ ذیل جدول مکمل کیجئے۔

خط تشانکل کی تعداد	رف شانکل	بناوٹ
3		مساوی الاضلاع مثلث
		مربع
		مستطیل
		مساوی الاضلاع مثلث
		معیّن
		دائرہ

4. کیا آپ ایک ایسا مثلث بنا سکتے ہیں جس میں

(a) صرف ایک خط تشانکل ہو۔

(b) صرف دو تشانکل ہوں۔

(c) صرف تین خط تشانکل ہوں۔

(d) کوئی بھی خط تشانکل نہ ہو۔

اوپر دیئے گئے سبھی مثلث کی ایک رف شانکل بھی بنائیے۔

5. گراف پیپر پر مندرجہ ذیل کے خاکہ بنائیے۔

(اشارہ: اگر آپ پہلے خط تشانکل بنائیں اور پھر شانکل کو مکمل کریں تو یہ آپ کے لئے بہتر ثابت ہوگا۔

(a) ایسا مثلث جس میں خط تشانکل، افقی خط ہو عمودی خط نہ ہو۔

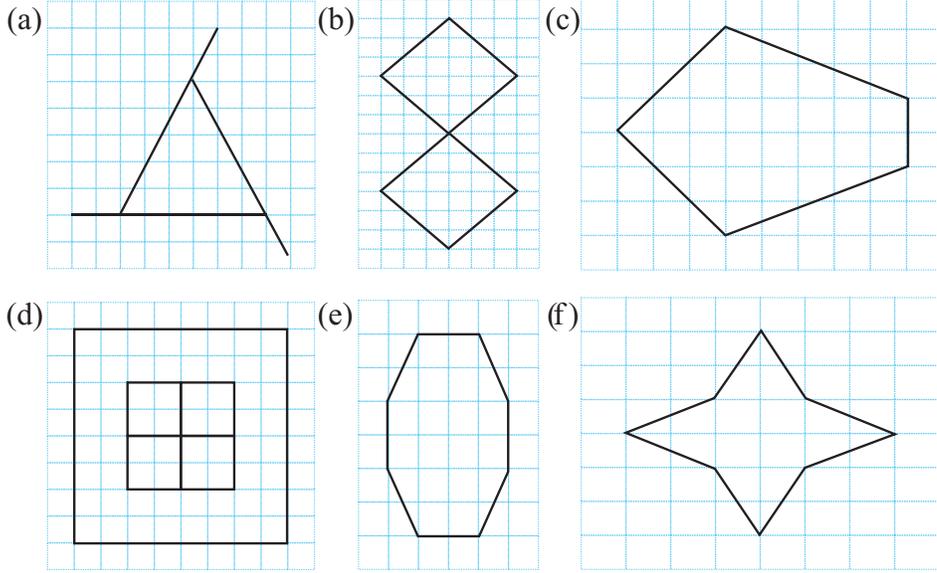
(b) ایسا چوکور جس میں خط تشانکل عمودی اور افقی دونوں ہوں۔

(c) ایسا چوکور جس میں خط تشانکل صرف افقی خط ہو، عمودی خط نہ ہو۔

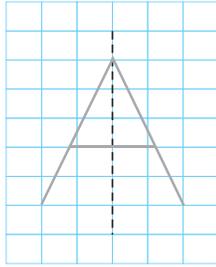
(d) ایسا چھ ضلعی جس میں دو خط تشانکل ہوں۔

(e) ایسا چھ ضلعی جس میں چھ خط تشانکل ہوں۔

6. درج ذیل ہر شکل کو بنائیے اور اس کے لئے خط تاشکل کھینچئے اگر کوئی خط تاشکل ہو تو



7. انگریزی کے سبھی حروف A سے Z تک گراف پر بنائیے ان میں سے ان حروف کی فہرست بنائیے جس میں

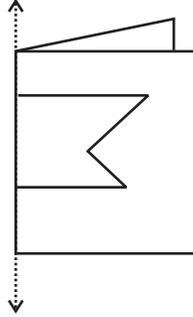
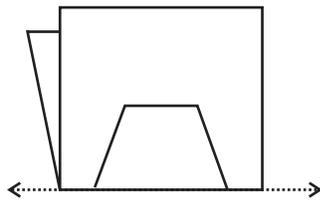


(a) خط تاشکل عمودی خط ہو۔ (مثلاً A)

(b) خط تاشکل افقی خط ہو۔ (مثلاً B)

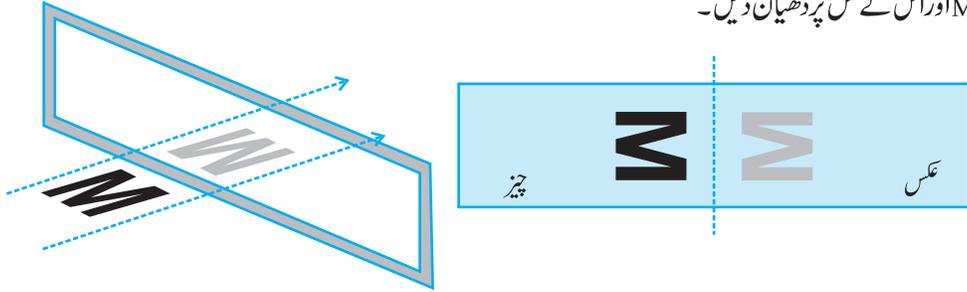
(c) کوئی خط تاشکل نہ ہوں۔ (مثلاً Q)

8. یہاں مڑے ہوئے کاغذ کی کچھ اشکال دی گئیں ہیں ان کے موڑ پر ڈیزائن بنا ہوا ہے۔ دونوں اشکال کی مکمل تصویر بنائیے جو کہ ڈائیگرام کے کاٹنے کے بعد نظر آتے ہیں۔



13.5 عکس اور تشانکل (Reflection and Symmetry)

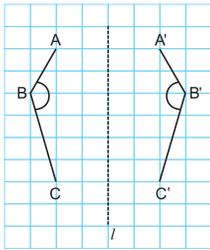
خط تشانکل اور آئینہ کا عکس فطری طور پر ایک دوسرے سے جڑے ہوئے ہیں۔
یہاں انگریزی حرف M کی تصویر کا عکس دکھایا گیا ہے۔ آپ ایسے تصور کریں کہ جیسے یہاں آئینہ نہیں ہے صرف حرف M اور اس کے عکس پر دھیان دیں۔



کوئی بھی چیز اور اس کا عکس (پرچھائیں) ہمیشہ تشانکل ہوتا ہے اور ان کے لئے آئینہ کا خط ہی خط تشانکل ہوتا ہے اگر کاغذ کو موڑا جائے تو آئینہ کا خط بالکل خط تشانکل بن جاتا ہے۔ اس طرح ہم کہہ سکتے ہیں کہ آئینہ کے خط میں کسی چیز کی پرچھائیں اس کا عکس ہوتا ہے آپ یہ بھی کہہ سکتے ہیں کہ جب ایک چیز کا عکس آئینہ میں دکھائی دیتا ہے تو اس کی لمبائی اور زاویوں میں کوئی بدلاؤ نہیں ہوتا۔ یعنی اس چیز کی لمبائیاں اور زاویے اور اس کے عکس میں دکھائی دینے والی بالترتیب لمبائیاں اور زاویے ایک جیسے ہی ہوتے ہیں۔ جب کہ ایک طرح سے اس میں کچھ فرق بھی ہوتا ہے۔ یعنی ایک چیز اور اس کی پرچھائی یا عکس میں فرق ہوتا ہے۔ کیا آپ اس فرق کا اندازہ لگا سکتے ہیں۔

(اشارہ: اپنے آپ کو آئینہ میں دیکھئے)

خود کریں:



ایک گراف پیپر پر شکل ABC بنائے اور آئینہ میں اس کا عکس A'B'C' دیکھئے۔ l کو آئینہ کا خط مان لیجئے۔ اب لمبائیوں کا موازنہ کیجئے

AB اور A'B', BC اور B'C', AC اور A'C' کیا ان میں فرق ہیں؟

کیا عکس نے قطعہ خط کی لمبائی میں فرق پیدا کر دیا؟

زاویے ABC اور A'B'C' کا بھی موازنہ کیجئے (چاندہ کا استعمال کر کے ناپئے) کیا عکس نے زاویوں کی پیمائش میں فرق پیدا کیا ہے؟ AA', BB', CC' کو ملائیے اپنے چاندے کی مدد سے خط l اور AA', خط l اور BB', خط l اور CC' کے درمیان کے زاویوں کو ناپیئے۔

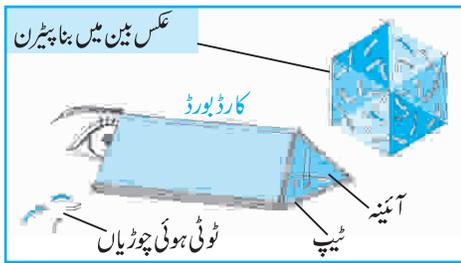
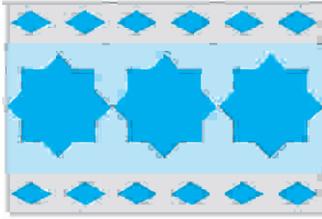
آئینہ کے خط اور ایک نقطہ اور اس کے عکس کو ملانے والے قطعہ خط کے درمیان کے زاویے کے بارے میں آپ کیا نتیجہ اخذ کرتے ہیں؟

کوشش کیجئے:

اگر آپ آئینہ کے سامنے 100 سینٹی میٹر کی دوری پر ہیں تو آپ کا عکس کہاں بنے گا؟ اگر آپ آئینہ کی طرف بڑھیں گے تو آپ کا عکس کیسے بڑھے گا؟

خود کریں:

ایک باریک مستطیل نما رنگین کاغذ لیجئے اور اس کو کئی بار موڑیئے اور کاغذ پر کچھ پیچیدہ سا پیٹرن بنائیئے۔ جیسا کہ یہاں دیکھا گیا ہے۔ دہرائے گئے ڈیزائن میں خطوط تشاکل کی نشاندہی کیجئے۔ اس طرح کے سجاوٹی کاغذ کا استعمال کسی تہوار کے موقع پر سجانے کے لئے کیجئے۔



عکس بین (Kaleidoscope)

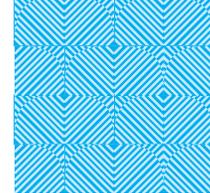
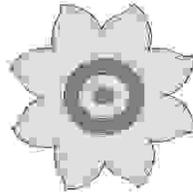
عکس بین میں آئینوں کی مدد سے ایسے عکس بنائے جاتے ہیں جس میں بہت سارے خطوط تشاکل ہوں۔ (مثلاً جیسا کہ یہاں دکھایا گیا ہے عام طور پر یہاں آئینہ کی دو ٹیوں کا استعمال V کی شکل بنانے میں کیا جاتا ہے۔ آئینوں کے درمیان کا زاویہ ہی

خط تشاکل کے خطوط کی تعداد طے کرتا ہے۔ ایک عکس بین بنائیے اور اس سے بنے تشاکل کے عکس کے بارے میں سیکھئے۔

البم (Album)

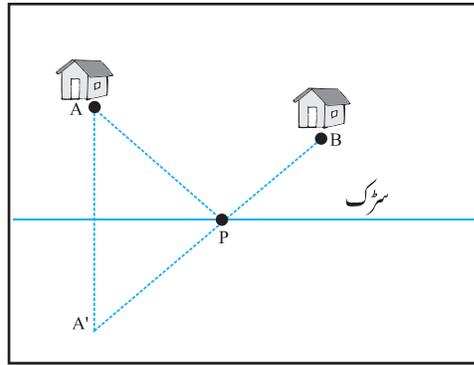
کچھ تشاکل ڈیزائن جمع کر کے ایک البم تیار کیجئے یہاں ایسے ڈیزائنوں کے کچھ نمونے دیئے گئے ہیں۔





عکس تشاکل کا استعمال (An Application of Reflectional Symmetry)

اخبار ڈالنے والا لڑکا اپنی سائیکل کو جگہ P کے آس پاس کھڑی کرتا ہے اور گھر A اور B میں اخبار ڈالتا ہے اس کو اپنی سائیکل کہاں کھڑی کرنی چاہئے جس سے کہ فاصلہ $AP+BP$ کم سے کم طے کرنا پڑے؟



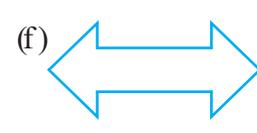
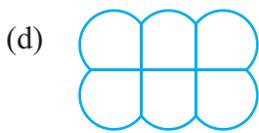
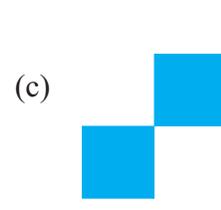
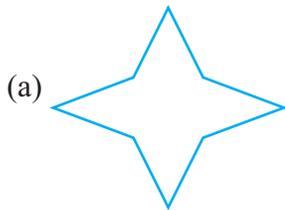
آپ یہاں عکس تشاکل (Reflectional symmetry) کا استعمال کر سکتے ہیں۔ مان لیجئے آئینہ کے خط میں A کا عکس

A' ہے یہاں پر سڑک آئینہ کا خط ہے۔ اس لئے نقطہ P سائیکل کھڑی کرنے کی بالکل درست جگہ ہے۔ (آئینہ کا خط $A'B$ کہاں ملتے ہیں) کیا آپ بتا سکتے ہیں کیوں؟

مشق 13.3

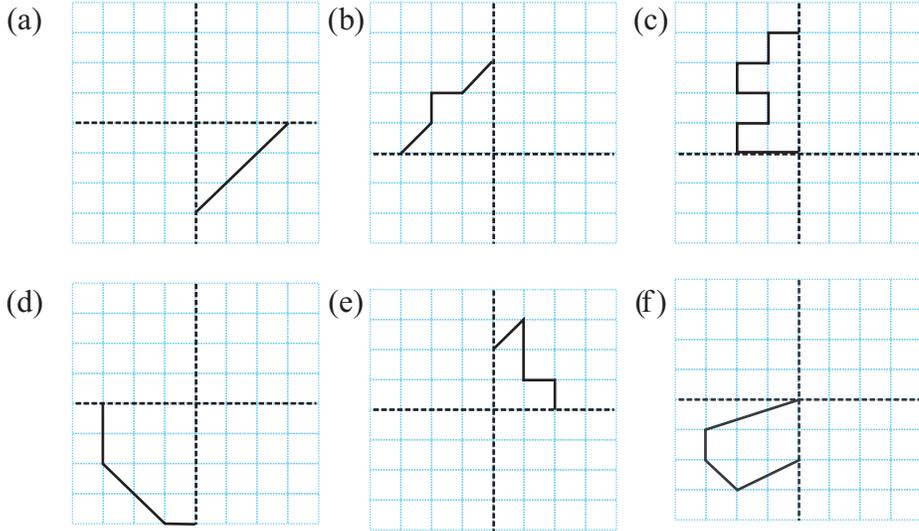


1. درج ذیل دی گئی ہر شکل میں خط تشاکل کی تعداد بتائیے آپ اپنے جواب کو کیسے جانچیں گے؟

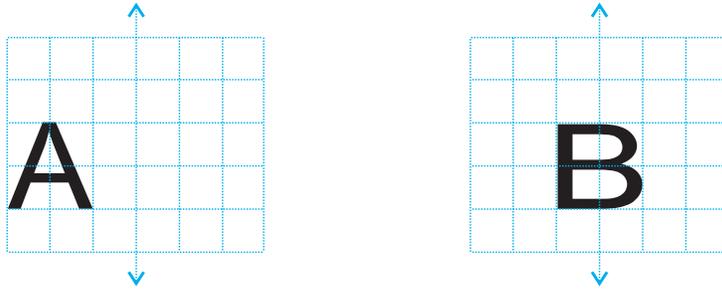


2. مندرجہ ذیل تصویروں کو گراف پیپر پر بنائیے اور ہر ایک کو اس طرح پورا کیجئے کہ تصویر میں نقطوں کے دونوں خطوط خط تشکل کی طرح استعمال ہوں۔

ان تصاویر کو آپ کیسے مکمل کریں گے؟



3. نیچے دی گئی ہر شکل میں انگریزی کے حروف تہجی کا ایک حرف ایک عمودی خط کے ساتھ دکھایا گیا ہے۔ عمودی خط سے حرف کا آئینہ میں عکس دیکھئے۔ عکس میں کون سا حرف بالکل ویسا ہی لگتا ہے جیسا کہ وہ ہے اور کون سا نہیں لگتا ہے۔ کیا آپ اندازہ کر سکتے ہیں کہ ایسا کیوں ہے؟

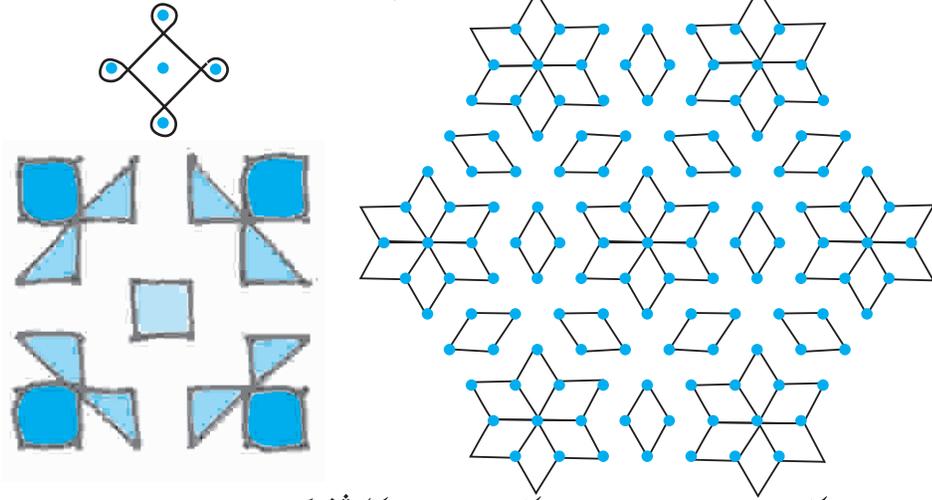


O E M N P H L T S V X کے لئے کوشش کیجئے۔



رنگولی کے پیٹرن (Rangoli Pattern)

ہمارے ملک میں رنگولی اور کولام نانا بہت مقبول ہے۔ یہاں پر کچھ نمونے دیئے گئے ہیں۔ ان نمونوں میں تشاکل کے استعمال پر غور کیجئے۔ اس طرح کے پیٹرن جتنے ممکن ہوں جمع کیجئے اور ایک البم بنائیے۔



خط تشاکل کے ساتھ ساتھ ان پیٹرن کے تشاکل کے حصے بنانے کی کوشش کیجئے۔

ہم نے کیا سیکھا؟

1. اگر کسی شکل میں ایک ایسا خط بنایا جاسکتا ہے جو تصویر کو بالکل ایک جیسے دو حصوں میں بانٹ دے تو وہ خط تشاکل کا خط تشاکل ہوتا ہے۔ اس خط کو خط تشاکل کہتے ہیں۔
2. کسی شکل میں ایک بھی خط تشاکل نہیں ہو سکتا ہے۔ صرف ایک خط تشاکل بھی ہو سکتا ہے۔ صرف دو خط تشاکل بھی ہو سکتے ہیں۔ یا اور بھی زیادہ خط تشاکل ہو سکتے ہیں۔ یہاں کچھ مثالیں دی گئی ہیں۔

مثال	خط تشاکل کی تعداد
مختلف الاضلاع مثلث	کوئی خط تشاکل نہیں
مساوی الساقین مثلث	صرف ایک خط تشاکل ہے
مساوی الاضلاع مثلث	صرف دو خط تشاکل ہے
دائرہ	صرف تین خط تشاکل ہے
	لا تعداد خط تشاکل ہیں

3. خط تشاکل آئینہ کے عکس جیسا ہی ہوتا ہے جب آئینہ میں عکس دیکھتے ہیں تو ہم کو دائیں بائیں کی تبدیلیوں کا دھیان رکھنا چاہئے۔

روزمرہ کی زندگی میں تشاکل کا بہت استعمال ہوتا ہے۔ جیسے فن یا آرٹ، فن تعمیر، کپڑا بنانے کی ٹکنا لوجی، ڈیزائن بنانا، جیومیٹری، کولام اور رنگولی وغیرہ۔

